

テキスト第6章 §6.4 (p. 121～)

◆CPM

PERT が主に作業時間に着目して分析する手法であるのに対し、作業時間に加えて作業費用も考慮して分析する手法が **CPM (Critical Path Method)** である。

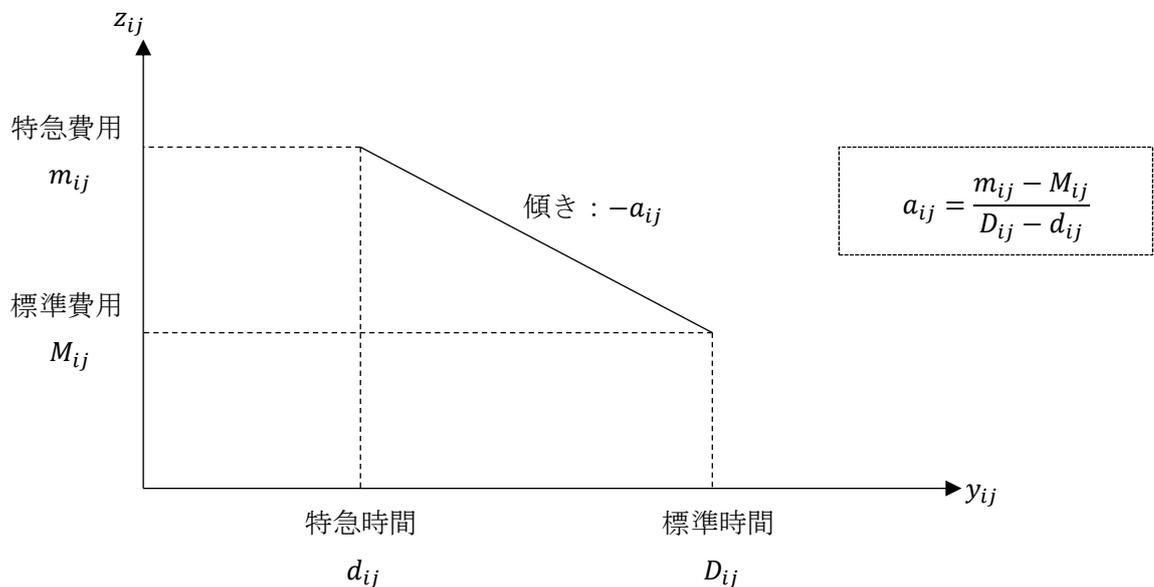
◆作業時間と作業費用

CPM では、通常の作業に要する時間（標準時間： D_{ij} ）および費用（標準費用： M_{ij} ）のほか、できる限り作業時間を短縮して実施した際の作業時間（**特急時間： d_{ij}** ）とその際の費用（**特急費用： m_{ij}** ）を考慮する。

このときの作業費用 z_{ij} と作業時間 y_{ij} の関係は以下の式で表される。

$$z_{ij} = -a_{ij}y_{ij} + b_{ij}$$

ここで直線の傾き（に -1 をかけたもの） a_{ij} は**費用勾配**と呼ばれる値であり、作業時間を1単位だけ短縮する際に発生する追加費用である。また、 b_{ij} は z 切片となる。



◆費用勾配

費用勾配 a_{ij} は以下の式で表される。

$$a_{ij} = \frac{\text{特急費用} - \text{標準費用}}{\text{標準時間} - \text{特急時間}} = \frac{m_{ij} - M_{ij}}{D_{ij} - d_{ij}}$$

※同じ時間だけ作業時間を短縮するならば、費用勾配が小さい＝追加費用が小さい方が良い

◆CPM の手順

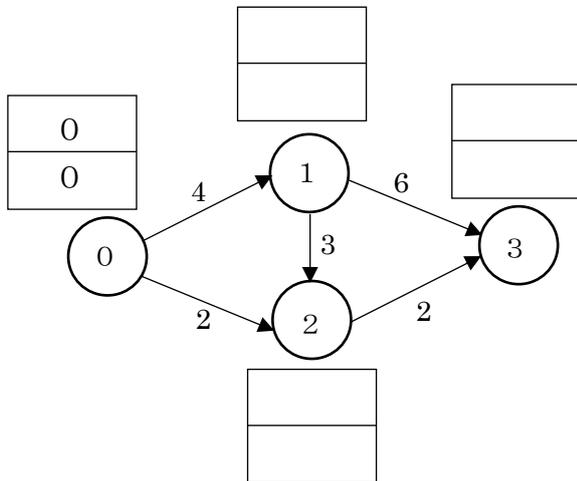
- (1) 各作業について、標準時間と標準費用、特急時間と特急費用を見積もる。
 - (2) 各作業の**費用勾配**を求める。
 - (3) アロー・ダイアグラムから、標準作業の際のクリティカル・パスと所要時間を求める。
 - (4) クリティカル・パス上の作業に着目し、費用勾配の小さい作業を短縮する。
- ※ある作業を短縮すると、クリティカル・パスが変わることもあるので注意

【例題】

- (1) 以下の作業時間と作業費用が以下の表で与えられるとき、各作業の費用勾配を求めよ。

作業	d_{ij}	D_{ij}	m_{ij}	M_{ij}	a_{ij}
(0, 1)	3	4	20	15	$\frac{m_{ij}-M_{ij}}{D_{ij}-d_{ij}} = \frac{20-15}{4-3} = 5$
(0, 2)	1	2	30	20	
(1, 2)	2	3	20	15	
(1, 3)	5	6	20	10	
(2, 3)	2	2	30	30	短縮できない (費用勾配は ∞ と表す)

- (2) 標準作業の際のクリティカル・パスを求め、仕事の最早時間と全作業費用を求めよ。



クリティカル・パス _____

仕事の最早時間: _____

全作業費用: _____

※全作業費用はクリティカル・パス以外も含めた全ての作業費用の和

- (3) 作業を1単位時間だけ短縮したいとき、どの作業を短縮するべきか答えよ。
また、そのとき作業費用はいくら増加するか答えよ。