

シミュレーション論 I

第2回

シミュレーションとモデル化

成績評価について

以下の4項目により総合的に評価します。

- 講義への取り組み (15%)
- 毎回のミニレポート (15%)
- 中間レポート (20%)
- 期末試験 (50%)

「講義への取り組み」について

「講義への取り組み」に関する評価点（1回あたり）

- きちんと講義に取り組んだ場合：1点（欠席は0点）
- 講義中に私語があった場合：0点
- 私語が多い場合：-1～-10点

※氏名確認の上、個別に減点

※質問は遠慮なくどうぞ

毎回のミニレポートについて

- 毎回、練習問題などの課題を出しますので、出席カードに記入して提出してください(1回あたり1点)
- カードは講義時間中に配布します
- カード配布時に席にいなかった場合は、理由に関わらず仮カード(白い紙のカード)になります

履修にあたっての注意事項

- 講義内容に応じて演習（個人所有のノートパソコンを使用した講義）をおこなうことがあります。
※演習の際は事前に告知します。指示のない回はPCは不要です。
- Excelを使用しますので、インストールしておいてください
- PCを持っていない場合でも別課題を用意しますので履修には差し支えありません
- 中間レポートや期末試験に備え、授業前後に復習をおこなっておいてください。

ノートPCの使用予定

- 以下の回でノートPCを使用する予定です。
※使用する前の回に改めて告知します。

第3回	4/25(木)	シミュレーションと経済・社会システム
第5回	5/16(木)	乱数の生成と利用
第7回	5/30(木)	待ち行列のシミュレーション(2)
第8回	6/6(木)	シミュレーションの構築と実施
第10回	6/20(木)	様々なシミュレーション(2)
第12回	7/4(木)	シミュレーションの手法

前回のアンケートより一部抜粋

■ 感想・希望

- 面白そう、難しそう、数学やプログラムが不安
- 楽しみ、PCを使うのが良かった、プログラム等を作ってみたい

それほど難しい数学、プログラムは使いません
なるべく演習等でパソコンを使う機会を考えますが、PCがなくても大丈夫です
中間レポートではPCを使ってみてください

■ やってみたいこと

- 工学系：自動車、飛行機、交通、建物、強度設計、スポーツなど
- 経済・社会系：金融、生態系、人間行動、製品普及、座席選択など
- その他：迷路学習、気象予測など

工学系のものを作るのはかなり難しいですが、体験できるものを考えます
経済系については(簡単なものですが)いくつかやってもらえます

今回の内容

- ○○のシミュレーションをしよう！
→いったい何から手をつければいい？
- シミュレーションとは「**模型**を使った模擬実験」
→まずは模型(**モデル**)を作らねば！！
- 「**モデル**」と「**モデル化**」の基礎を学ぶ
- 手作業でシミュレーションの仕組と手順を体験する

シミュレーションとは？（復習）

■ シミュレーション

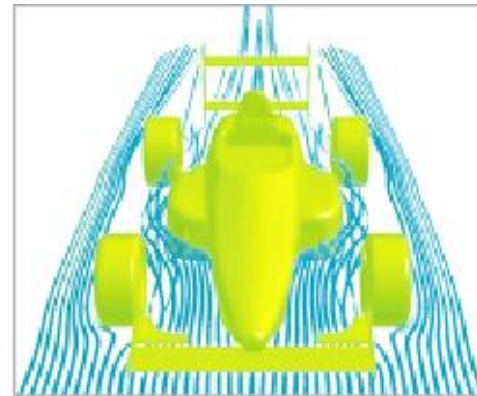
物理的あるいは抽象的なシステムをモデルで表現し、そのモデルを使って実験を行うこと。実際に模型を作って行う物理的シミュレーションと、数学的モデルをコンピュータ上で扱う論理的シミュレーションがある。工学上の設計や社会現象の分析などに用いられる。

模擬実験。

（大辞林より）



物理的シミュレーション
（風洞実験）



論理的シミュレーション
（コンピュータ・シミュレーション）

サグラダ・ファミリア教会の設計



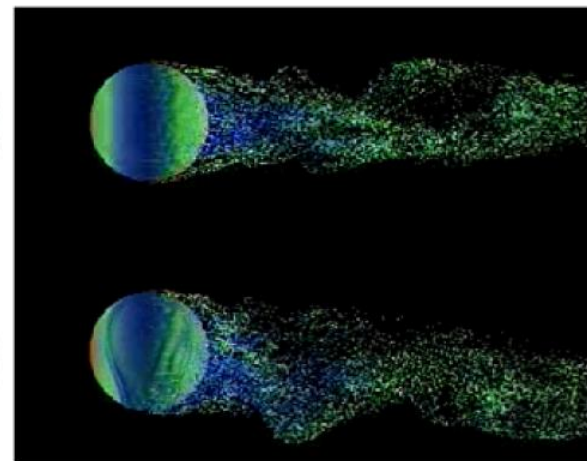
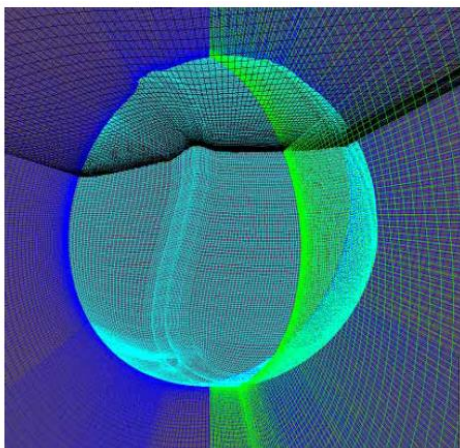
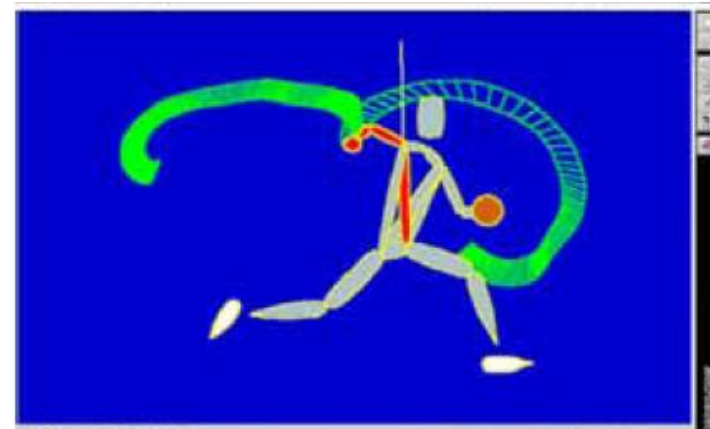
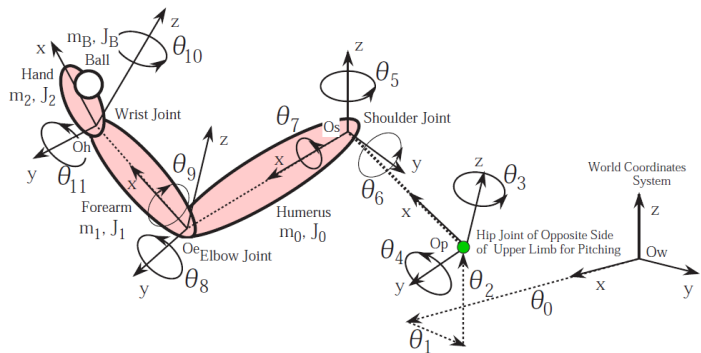
- 網目状の糸に重りを吊るした形式。ガウディはこの形が最も重心のバランスがよいと考えた→カテナリー曲線
→物理的シミュレーションの一種

タコマ橋の崩壊



- 当時の最新技術で設計されたが、風と橋の共振により崩壊→モデル作成の失敗、未知の条件や見落とし

運動シミュレーション



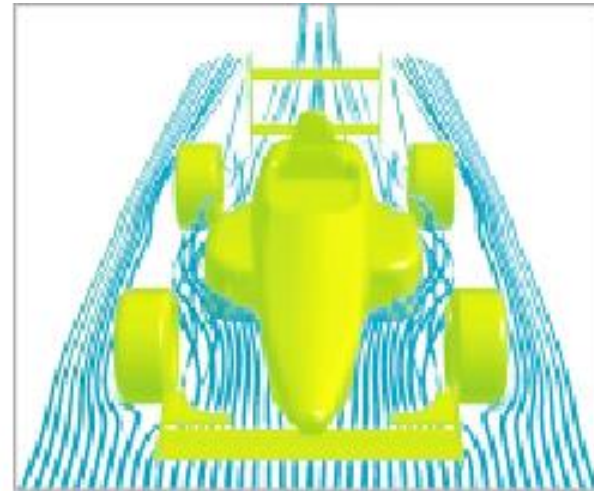
- 投球モーションやボールの回転状態など

シミュレーションとモデル化

- モデル＝模型、見本
- モデル化：複雑な現実社会や実際の現象を「抽象化」し、問題を解くために必要な構造と情報を備えた「**模型**」を作ること。
 - ◆ 物理的モデル
 - 橋、車などの模型
 - 運転席を模したドライブシミュレータやフライトシミュレータなど
 - ◆ 論理的モデル
 - 物理学、力学などにもとづく数学モデル
 - ある状態を時間的に変化させて再現する手続き型モデル

物理的モデル、論理的モデルの例

- 物理的モデルの例・・・車の模型(実物大のほか、拡大・縮小したものもある)
- 論理的モデルの例・・・コンピュータ上に構築した車の外形・材質・表面の状態を含む模型



モデル化に必要なこと

- 対象の選択: 何のシミュレーションをするのか？
- 目的の決定: 何を知りたいのか？
- 現実問題の抽象化: 必要な構造、情報は何か？
- 分析手法の選択: どのような手法を用いてシミュレーションするのか？
- 仮定・条件の設定: どのような状態をシミュレーションするのか？

シミュレーションの対象、目的、手法をもとに必要な要素を抽出し、現実の「模型」を作る。

手作業でのシミュレーションをしてみよう

- 簡単なシミュレーションを通してモデル化の手順を学ぼう
- 紙と鉛筆、それにコインを使って手作業でシミュレーションをしてみよう
- つり銭問題：サークル会費を集めるとき、つり銭はいくら用意しておけばいいだろうか？
- **モデルを作成してシミュレーションしよう！**

モデルの作成(つり銭問題)

- サークル会費3,000円を集める
- サークルのメンバーは15人
- 会費は一人ずつ順にやってきて幹事に支払う
- メンバーは1,000円札を3枚か、10,000円札1枚のどちらかで会費を支払う
- 10,000円札で支払われた場合、1,000円札7枚をおつりとして支払う
- どちらで支払うかの確率は50%ずつ

1,000円札は何枚用意すればいいだろうか？

数学的モデル

- ある時点での1,000円札の枚数を x とする。
- あるメンバーが会費を1,000円札3枚で払ったら
 $x \rightarrow x + 3$
- あるメンバーが会費を10,000円札で払ったら
 $x \rightarrow x - 7$
- どちらで支払われるかは50%ずつ: 確率50%
- メンバーの数 n は15人: $n = 15$

つまり、確率50%(=0.5)でどちらの支払い方法をとるかを決定し、それを15回繰り返してシミュレーションすればいいのでは？

つり銭は何枚用意すればいいか？

- 仮におつりを用意しなかったとして、15人から会費を集める際に1,000円札が一番少なくなる場合 (x の最小値: $\min x$) に合わせるとよい。
- 最小値が+の場合: おつりの準備は不要
- 最小値が-の場合: マイナス分だけ用意が必要
- おつりの必要枚数を y 枚とすると

$$y = \begin{cases} 0 & (\min x \geq 0) \\ |\min x| & (\min x < 0) \end{cases}$$

シミュレーションの流れ

おつりの枚数を $x = 0$ としてスタート



50%の確率で1,000円札 × 3か10,000円札 × 1を決定



1,000円札 × 3なら $x \rightarrow x + 3$
10,000円札 × 1なら $x \rightarrow x - 7$



15回繰り返す



x の最小値から必要なおつりの枚数を決定

手作業によるシミュレーション

- コイン投げで表・裏が出る確率はそれぞれ50%
- 表が出たら1,000円札×3、裏が出たら10,000円札×1として、手作業でシミュレーションしてみよう！

人数	表(+3)または裏(-7)	増減	1,000円札の枚数 x
1	表	+3	3
2	裏	-7	-4
3	表	+3	-1
4			
5			
6			
7			

シミュレーションの結果例

人数	表(+3)または裏(-7)	増減	1,000円札の枚数 x
1	表	+3	3
2	表	+3	6
3	裏	-7	-1
4	表	+3	2
5	裏	-7	-5
6	表	+3	-2
7	表	+3	1
8	裏	-7	-6
9	表	+3	-3
10	表	+3	0
11	裏	-7	-7
12	裏	-7	-14
13	表	+3	-11
14	裏	-7	-18
15	表	+3	-15

枚数が**最小**になる部分を調べ、それに合わせておつりを用意すればよい。

- 各自で手作業のシミュレーションをやってみてください。

シミュレーション結果の検討

- 一通りのシミュレーションだけで判断していいだろうか？



他にも様々なパターンがあるはず

- 多くのデータを集める
→シミュレーションの繰り返し、コンピュータの利用
- 傾向を分析し、何らかの法則がないか探す
→統計分析

目的に沿った結論を導く

シミュレーション結果を検討してみよう

- 周りの席の人たちとデータを持ち寄って表やグラフ(ヒストグラムなど)にしてください。
- 用意すべきつり銭の枚数の最小値、最大値、平均値などを計算してみましょう。
- シミュレーションの目的を考え、自分なら何枚用意するか、理由も含めて考えてください。
- 例えば・・・

手間がかかってもいいから確実な枚数を用意するか？
手間を省いて、ある程度の場合に対応できる枚数に抑えるのか？

モデル化のおさらい

- 今回やった手作業でのシミュレーションを題材に、モデル化の手順について再度考えてみましょう。

- 対象の選択: 何のシミュレーションをするのか？
- 目的の決定: 何を知りたいのか？
- 現実問題の抽象化: 必要な構造、情報は何か？
- 分析手法の選択: どのような手法を用いてシミュレーションするのか？
- 仮定・条件の設定: どのような状態をシミュレーションするのか？

対象の選択・目的の決定

- シミュレーションの対象：
サークルの会費集め（つり銭の用意）
- 目的：
必要なつり銭の枚数を調べる
→目的によって、求める結果が異なってくる

例えば

あらゆる可能性に対応できる枚数にするのか？

8割程度の場合に対応できればいいのか？

できるだけ用意する枚数を減らしたいのか？

問題の抽象化

- 必要な構造や情報を抽出する
 - ・会費の支払い方法
 - ・おつりの支払い方法
 - ・おつりの枚数
 - ・お札や小銭の種類
 - ・サークルの人数など
- 数式などを使って明確で分かりやすい形にする

$$y = \begin{cases} 0 & (\min x \geq 0) \\ |\min x| & (\min x < 0) \end{cases}$$

分析手法の選択

- 今回のシミュレーションで使った手法

手作業でのシミュレーション

- ・・・コイン投げを用いた確率的シミュレーション
- ・・・他の人とデータを持ち寄って分析

- もっと多くの場合のシミュレーション、分析が必要
→コンピュータの利用

仮定・条件の設定

- 今回の仮定・条件
 - ・会費は3,000円
 - ・一人ずつ順にやってきて会費を払う
 - ・支払いは1,000円札を3枚か、10,000円札を1枚のいずれか
 - ・どちらの支払い方法を取るかは50%の確率
 - ・おつりは全て1,000円札で支払う
 - ・サークルのメンバーは15人など
- 目的に合わせて、妥当な仮定・条件を設定しよう！

- 次回はノートパソコンを使用します。

しっかり充電したうえで持参してください(ノートPCをお持ちでない場合はなくても構いません)