シミュレーション論Ⅰ

第6回

待ち行列のシミュレーション

第5回のレポート:円周率の近似値の平均を求める

- 例えば以下のように入力し、「循環参照を許可」してからF9キーを押せば繰り返し集計ができる

	E	F	G	H	I
1		円内の点の数	点の総数	πの近似値	
2		78	100	3.12	
3		繰り返し回数	近似値合計	πの平均値	
4		=F4+1	=G4+H2	=G4/F4	
5					

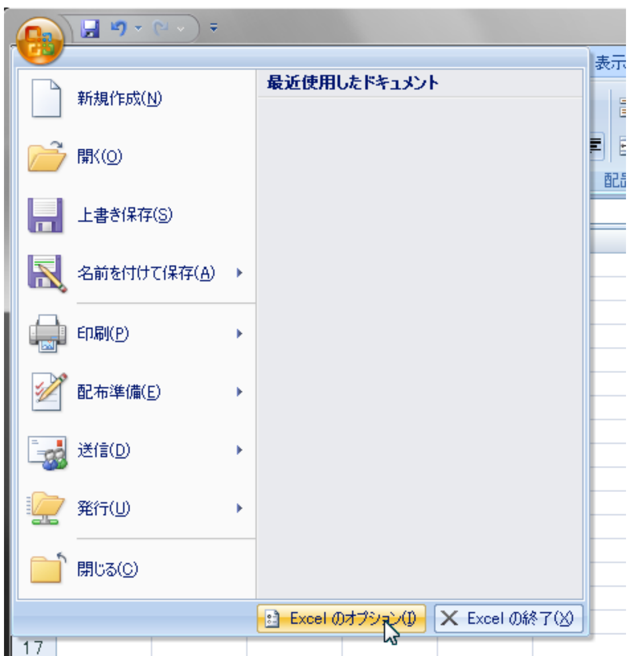
近似値の合計÷繰り返し回数　(平均値)

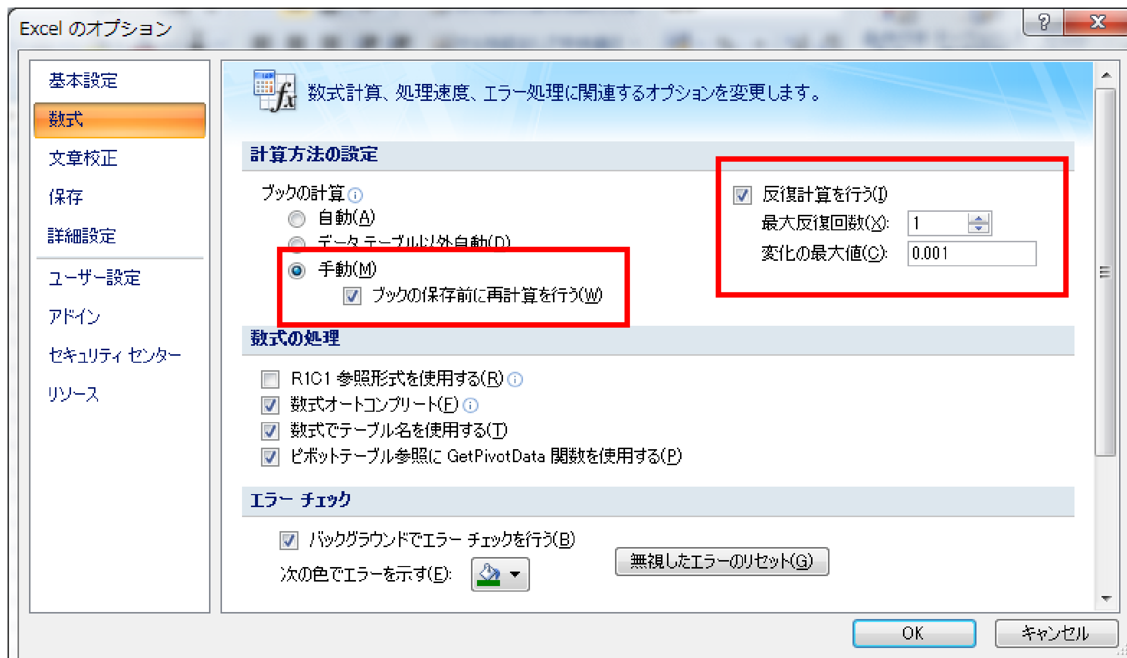
自セル＋πの近似値　(πの近似値の合計)

自セル＋1　(繰り返すたびに1ずつ増える)

循環参照の許可

- 左上のボタン（2007では丸いOfficeボタン、2010以降では「ファイル」メニュー）から「Excelのオプション」または「オプション」を選び、「数式」タブをクリック
- 「計算方法の設定」を「手動」にし、「反復計算を行う」にチェックして「最大反復回数」を「1」とする





別課題1：解答

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	個数	x座標	y座標	円内なら1		円内の点の数	点の総数	πの近似値		x	y	
2	1	①	②	③		④	⑤	⑥		0	⑦	
3	2					繰り返し回数	πの近似値合計	πの平均値		0.01		
4	3					⑧	⑨	⑩		0.02		
5	4									0.03		
6	5									0.04		
7	6									0.05		

① =RAND()

② =RAND()

③ =IF(B2*B2 + C2*C2 < 1, 1, 0)

④ =SUM(D2:D101)

⑤ 100

⑥ =4*(F2/G2)

⑦ =SQRT(1－J2*J2)

⑧ =F4+1

⑨ =G4+H2

⑩ =G4/F4

別課題2:乱数表を用いたつり銭問題シミュレーション

- 乱数表の1ケタの数字をそれぞれの場合にあてはめる
  - 1000円札+500円玉・・・確率0.2 (20%)→乱数　0～1
  - 1000円札2枚・・・・・・・・・確率0.4 (40%) →乱数　2～5
  - 5000円札・・・・・・・・・・・・確率0.3 (30%) →乱数　6～8
  - 10000円札・・・・・・・・・・・確率0.1 (10%) →乱数　9

  で支払うものと仮定する

- つり銭は5000円札、1000円札、500円玉を最小の枚数となるように組み合わせて支払う
  - 1000円札+500円玉・・・つり銭なし
  - 1000円札2枚・・・・・・・・・500円玉1枚
  - 5000円札・・・・・・・・・・・・1000円札3枚＋500円玉1枚
  - 10000円札・・・・・・・・・・・5000円札1枚+ 1000円札3枚＋500円玉1枚

別課題2：解答例

人数	乱数	支払い方法	500円玉	1000円札	5000円札	10000円札
1	8	5000円	−1	−3	1	0
2	3	1000円×2	−2	−1	1	0
3	4	1000円×2	−3	1	1	0
4	1	1000円＋500円	−2	2	1	0
5	7	5000円	−3	−1	2	0
6	6	5000円	−4	−4	3	0
7	6	5000円	−5	−7	4	0
8	0	1000円＋500円	−4	−6	4	0
9	4	1000円×2	−5	−4	4	0
10	6	5000円	−6	−7	5	0

必要枚数			6	7	0	0

今回の内容

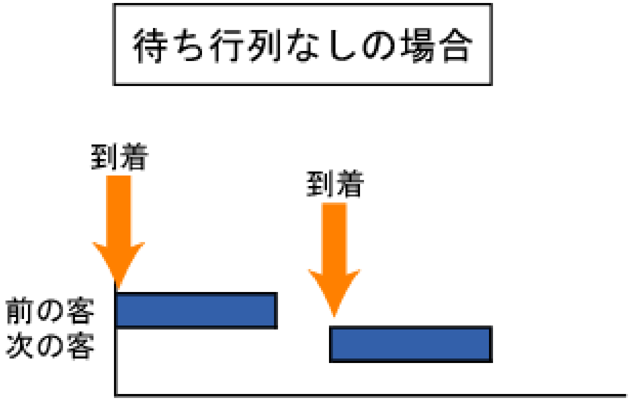
- 限られた場所で複数の作業・サービスをおこなう場合にどんなことが起こるのか？
- 「待ち行列」のモデルについて知る
- 待ち行列のシミュレーションについて、作成法を学び実施する

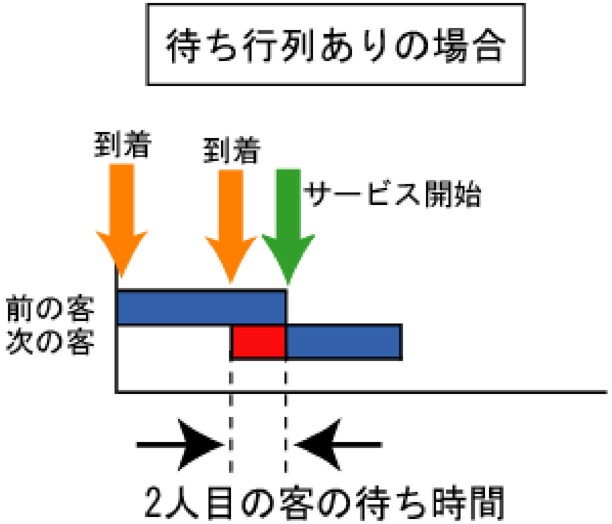
待ち行列

- 待ち行列：切符の自動販売機やスーパーのレジなどのように、客が順番にサービスを受けるために並ぶ行列

待ち行列の例

- レジが1台のスーパーを考えてみる。
- 待ち行列がない場合
  - レジに客がいない場合、客が到着したらすぐにサービス(レジ打ち、清算)を開始できる。
- 待ち行列がある場合
  - 前の客のサービスが終わる前に次の客が来た場合、後から来た客は前の客のサービスが終わるまで待たされることになる。





用語の定義

- 待ち行列の分析には以下のような用語が使われる。

- 窓口:サービスを受ける場所
- 到着:窓口に客が着くこと
- 到着間隔:客が窓口にきてから次の客が到着するまでの時間間隔
- サービス時間:1人の客が窓口に来てサービスを受け始めてから、そのサービスが終わるまでの時間

- 平均到着率:到着間隔の平均値の逆数(単位時間に何人の客が到着するかを表す)
- 平均サービス率:サービス時間の平均値の逆数(単位時間に何人の客を処理できるかを表す)

例題

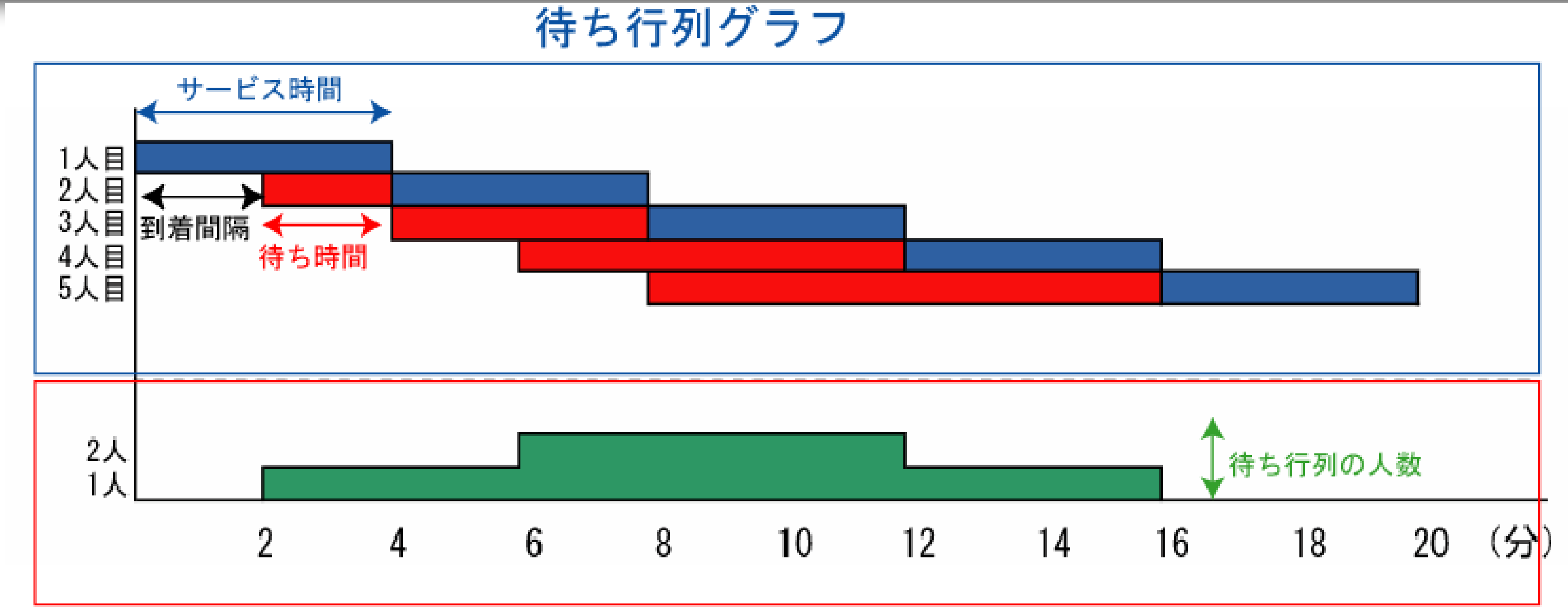
- 5人の客の到着間隔が 3分、 5分、 5分、 7分、 5分、であった。平均到着率はいくらか？

- 5人の客へのサービス時間が 4分、 5分、 4分、 6分、 3分、であった。平均サービス率はいくらか？

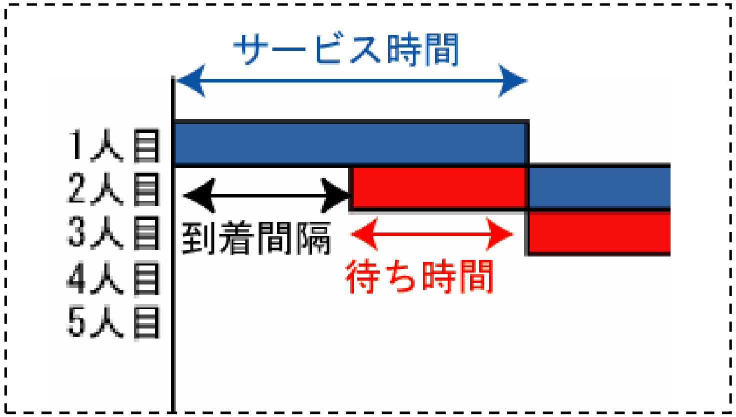
待ち行列モデルの種類

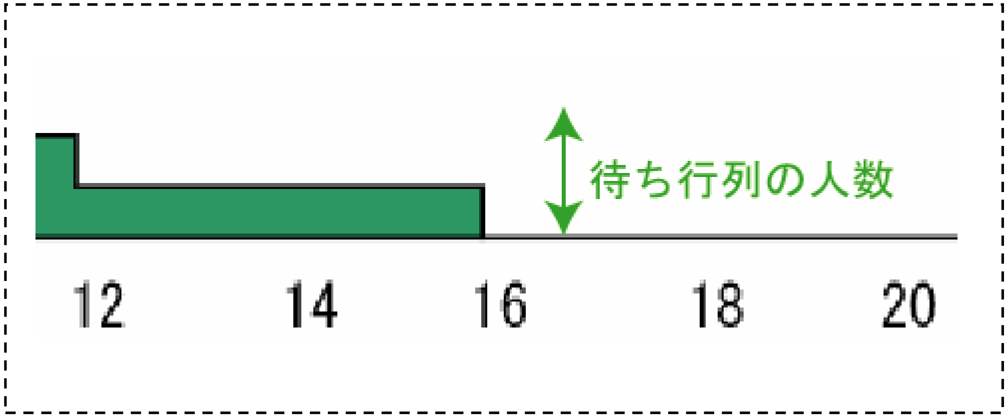
- 定期到着、定期サービス:客の到着間隔、サービス時間とも一定
- ランダム到着、定期サービス:客の到着間隔はバラバラだが、サービスにかかる時間は一定
- 定期到着、ランダムサービス:客の到着間隔は一定だが、サービスにかかる時間はバラバラ
- ランダム到着、ランダムサービス:客の到着時間、サービス時間ともバラバラ

待ち行列グラフ



待ち人数グラフ

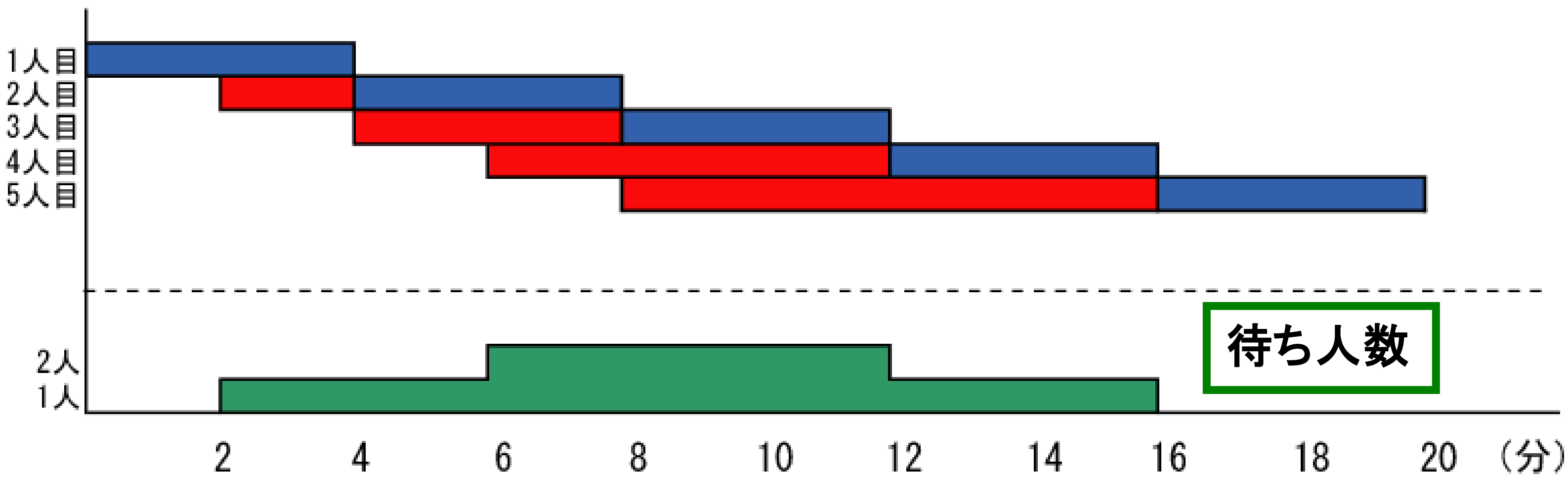




例：ばらつきの無い場合の待ち行列

- 客の到着間隔がちょうど2分
- 1人に対するサービス時間がちょうど4分
- 講義資料のグラフ用紙に記入してみよう

※　1人目の到着間隔は0分とする



◆ 平均待ち時間はいくらか？　(0 + 2 + 4 + 6 + 8) ÷5 = 4 (分)

◆ 最大の待ち人数は何人か？　2（人）

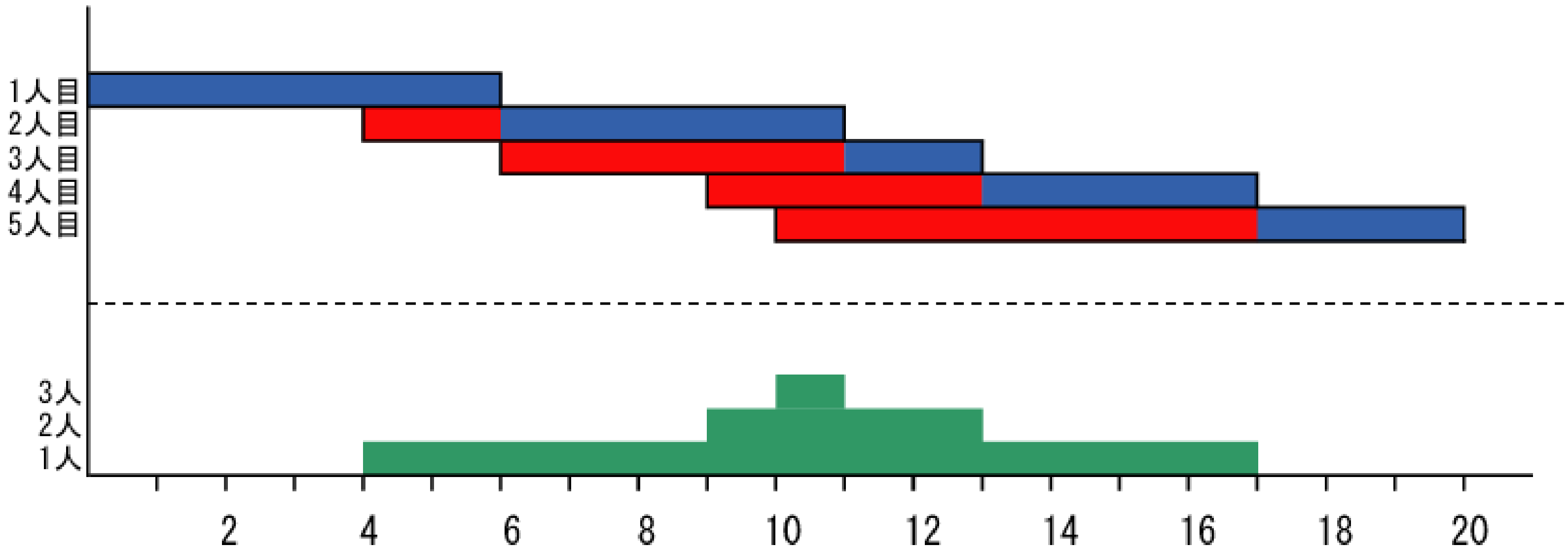
例2:ばらつきのある場合

- 客の到着間隔が平均2分
- 1人に対するサービス時間が平均4分

- 仮に、下記の表のような形であった場合に待ち行列はどうなるか？

	到着間隔	サービス時間
1人目	0	6
2人目	4	5
3人目	2	2
4人目	3	4
5人目	1	3
平均	2	4

例2：ばらつきのある場合



◆ 平均待ち時間: (0+2+5+4+7)/5 = 3.6分
◆ 最大待ち人数: 3人

乱数を用いた待ち行列シミュレーション

- ランダム到着、定期サービス
- 客の到着間隔を以下のような表で表し、乱数から導出する。
- サービス時間はちょうど4分とする。

到着間隔（分）	確率	対応する乱数
1	0.1	0
2	0.1	1
3	0.5	2～6
4	0.2	7～8
5	0.1	9

乱数表の使い方

- 乱数表の適当な場所からスタートし、順に乱数を拾っていく

乱数表

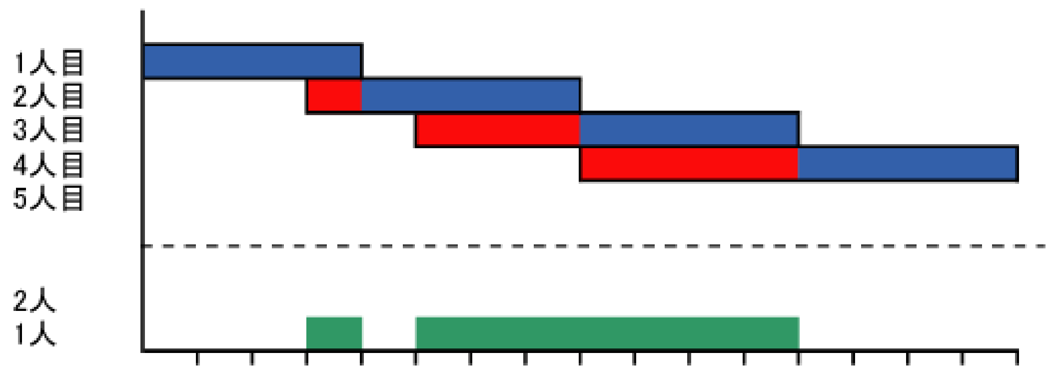
8	2	6	9	4	1	0	1
9	8	5	3	3	8	7	7
9	6	3	6	2	1	0	8
7	8	4	1	2	1	9	1
4	4	5	8	3	4	1	7
6	6	0	4	6	3	4	1
7	7	5	1	8	3	3	3
1	4	0	4	2	3	8	6
1	6	2	3	4	4	3	7
8	1	3	2	7	1	5	8

- ８３４１７６６０・・・ という乱数列が得られる

乱数を用いた待ち行列シミュレーション（例）

- 乱数表を用いてシミュレーションする。
- 1人目の待ち時間は0とする＝到着間隔0とする。
- 2人目以降、乱数表から到着間隔を決定する
- サービス時間は4分で一定なので、グラフを作成する。

	乱数	到着間隔
1人目		0
2人目	5	3
3人目	1	2
4人目	3	3
5人目		



実際のばらつきはどうやって求めるのか？

- 現実では、過去のデータなどから累積確率を求めることもできる。
- 到着間隔は、通常「指数分布」にしたがうことが経験的に分かっている。
- サービス時間は業種や状況によって大きく異なるため、それぞれに合わせて設定する。
  - **一様分布、過去のデータからの推測、指数分布などが使える。**

- 分布が分かれば理論的に平均待ち時間などを求めることも可能→待ち行列理論

- 次回はノートパソコンを使用します。

しっかり充電したうえで持参してください（ノートPCをお持ちでない場合はなくても構いません）