

シミュレーション論 I

第9回

様々なシミュレーション: 販売と在庫管理

中間レポートについて

- 以下の内容から**2つ**を選び、自分でシミュレーションを作成・実施してレポートを作成してください
- 全てについて、講義で作成したものに**オリジナルの追加要素を加える**こと

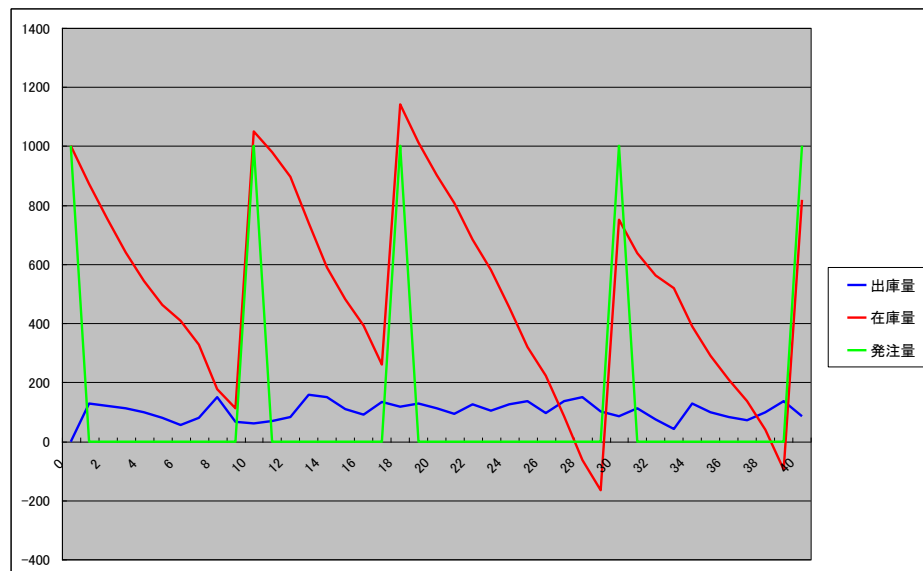
- (1)モンテカルロ法による円周率の計算
- (2)つり銭問題のシミュレーション
- (3)待ち行列のシミュレーション
- (4)講義で学んだことをもとにしたオリジナルのシミュレーション

- 内容や結果をまとめ、A4用紙5～10枚程度で作成して提出
- 詳細についてはプリントを参照

提出期限:2019年7月11日(木)
16:45までに教学センターのレポートボックスへ

在庫管理

- 在庫管理：原材料や商品の在庫量を適正に保つように計画・管理すること。
- なぜ在庫管理が必要か？
 - 在庫が少なすぎる→受注に応じられずに利益を失う
 - 在庫が多すぎる→保管費用などがかさんで損失となる



在庫管理の方式

- 定期定量方式：一定の期間ごとに一定の発注量で商品を仕入れる方式。

需要が常に一定であれば定期定量方式が合理的だが、
実際には需要は一定でないことがほとんど

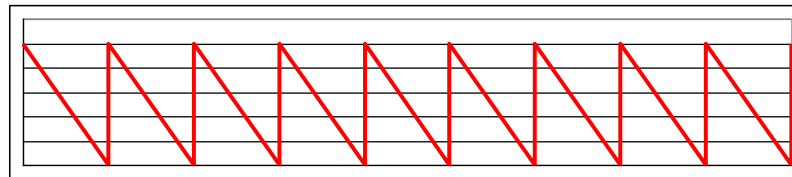


発注時期または発注量のどちらかを固定

- 定期発注方式：発注時期を固定
- 定量発注方式：発注量を固定（発注点方式）

在庫管理の基本モデル

- 商品の需要が一定として、定期定量方式の最も単純な場合を考える。
 - 発注は在庫が0になったときにおこなう
 - 発注と同時に商品が納入される



- モデル化に使用する記号は以下のとおりとする。
 - R : 商品の年間需要量
 - Q : 1回あたりの発注量
 - C_0 : 1回あたりの発注費用
 - C_1 : 商品1単位あたりの年間保管費用
 - C : 総在庫費用(=年間発注費用+年間保管費用)

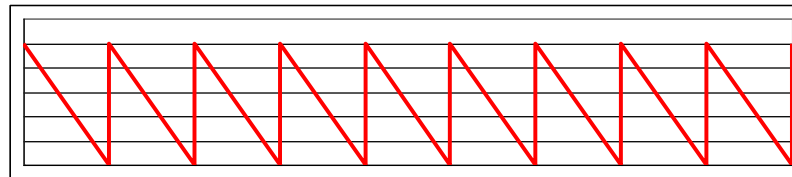
在庫管理の基本モデル(2)

- 年間の平均在庫量は $Q/2$ となるから、年間の総在庫費用は以下のようなになる。

$$C = \frac{C_0 R}{Q} + \frac{C_1 Q}{2}$$

発注費用 保管費用

- 在庫にかかる費用を最小にするにはどうすればいいか？
 C を最小にする発注量 Q^* を上式から決定すればよい



経済的発注量を求める

- 総在庫費用を最小にする最適な発注量のことを経済的発注量 (Economic Order Quantity: EOQ) という。
- 経済的発注量 Q^* は、総在庫費用 C を Q で微分して $dC/dQ=0$ とすることで求められる。

$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1}}$$

- 上式は **EOQ公式**、またはハリスの経済的ロット公式、もしくはウィルソンのロット公式と呼ばれる。

EOQ公式を導出する

- 問: 総在庫費用の式を微分して0とおき、EOQ公式を導出せよ。
- 参考: $1/Q=Q^{-1}$

総在庫費用

$$C = \frac{C_0 R}{Q} + \frac{C_1 Q}{2}$$

総在庫費用の微分

$$\frac{dC}{dQ} = ? = 0$$

最適発注量 (EOQ公式)

$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_0 R}{C_1}}$$

最適発注量を求める

問: ある商品の年間総需要 R が 5,000 台、1 回あたりの発注費用 C_0 が 16,000 円、商品 1 単位あたりの年間保管費用 C_1 が 4,000 円 のとき、最適発注量 Q^* とそのときの総在庫費用 C^* を求めよ。

最適発注量 $Q^* = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1}}$

総在庫費用 $C = \frac{C_0R}{Q} + \frac{C_1Q}{2}$

解答

最適発注量

$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_0R}{C_1}} = \quad (\text{台})$$

総在庫費用

$$C = \frac{C_0R}{Q} + \frac{C_1Q}{2} = \quad (\text{円})$$

その他の在庫モデル

- 実際の在庫管理においては、需要は一定ではなく変動する。
- 発注してからすぐに納入されるわけではなく、リードタイムと呼ばれる調達期間がかかる。
- 品切れをおこした場合には品切れ損失が起こる。
- 通常、品切れに対応するために需要の変動を考慮した余分の在庫＝安全在庫を持つておく。

- 上記の詳しい内容についてはオペレーションズ・リサーチ等の書籍を参照のこと。

新聞売り子問題

- 在庫管理の問題と本質的に同じ問題として、新聞を仕入れて販売するモデル(新聞売り子問題)がある。
- 1部 c 円で仕入れた新聞を a 円で売る。
- 客は1日平均 m 人やってくるが、毎日の客数 x は変動する。
- 売れ残りが発生すると仕入分の損失となり、品切れを起こすとその分の利益を逃すことになる。
- 新聞売り子が得る利益を最大にする1日の最適発注部数を求める。

新聞売り子問題

- 1日あたりの仕入部数を y とすると、 x 人の客が来たときの利益 $f(x,y)$ は

$$f(x, y) = \begin{cases} xa - yc & (x < y \text{ のとき}) \\ y(a - c) & (x \geq y \text{ のとき}) \end{cases}$$

となる。日々の客数の確率分布が分かっているならば、期待利益と最適発注部数を計算で求めることもできる。

参考:ポアソン分布

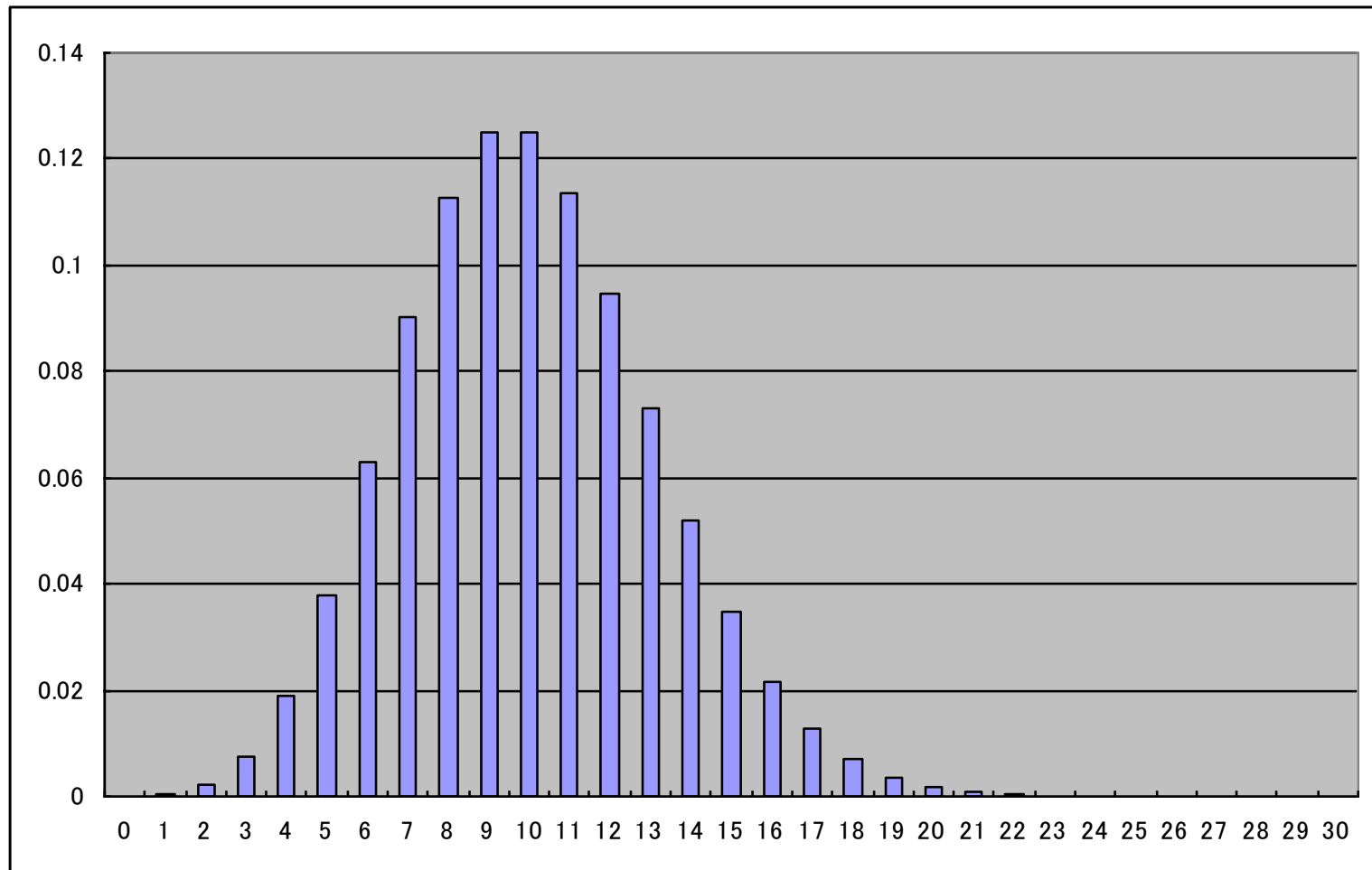
- 離散的な自然現象が発生する確率は、ポアソン分布という確率分布に従うことが多いことが知られている

- ポアソン分布:
$$P(N = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

- ここで $P(N=k)$ は単位時間に平均で λ 回発生する事象がちょうど k 回発生する確率

参考:ポアソン分布(2)

- 例:平均10のポアソン分布のグラフ



参考:ポアソン分布(3)

- ポアソン分布に従う事象の例: (Wikipediaより引用)
 - 1時間に特定の交差点を通過する車両の台数。
 - 1mlの希釈された水試料中に含まれる特定の細菌の数(細菌数検査における最確法)。
 - 1ページの文章を入力するとき、綴りを間違える回数。
 - 1日に受け取る電子メールの件数。
 - 1分間のWebサーバへのアクセス数。
 - 例えば、1時間あたりのウィキペディアの最近更新したページの編集数もおおよそポアソン分布。
 - 1マイルあたりのある通り沿いのレストランの軒数。
 - 1ヘクタールあたりのエゾマツの本数。
 - 1立方光年あたりの恒星の個数。

モンテカルロ法による新聞売り子問題のシミュレーション

- 乱数を用いて日々の客数を生成し、最適な発注部数を調べるシミュレーションをおこなう。
- 仕入れ価格 $c = 80$
- 販売価格 $a = 120$
- 日々の客数 x が平均10人で、ポアソン分布に従うものとして乱数表(ポアソン乱数表)を作り、客数を決定する。
- 仕入量 y を8部、10部、12部として、最も利益の高い仕入量をシミュレーションにより調べてみよう。

シミュレーションの手順

- ポアソン分布に従う乱数列(乱数表)から乱数を記入する。
- 乱数値をその日の客数として、仕入部数が8、10、12のときの利益を記入する。
- 10日分のシミュレーションをおこない、最も利益の高かった仕入部数を調べる。

仕入れ価格 $c = 80$

販売価格 $a = 120$

1日の客数 x (乱数表から決定)

仕入量 y (8部、10部、12部)

1日の利益 $f(x, y) = \begin{cases} xa - yc & (x \leq y \text{のとき}) \\ y(a - c) & (x \geq y \text{のとき}) \end{cases}$

シミュレーションの記入例

仕入れ価格 $c = 80$
販売価格 $a = 120$
1日の客数 x (乱数表から決定)
仕入量 y (8部、10部、12部)

$$\text{利益 } f(x, y) = \begin{cases} xa - yc & (x \leq y \text{ のとき}) \\ y(a - c) & (x \geq y \text{ のとき}) \end{cases}$$

日数	乱数	利益(8部仕入)	利益(10部仕入)	利益(12部仕入)
1	8	320	160	0
2	9	320	280	120
3	6	80	-80	-240
4	13	320	400	480
5				
6				
7				
8				
9				
10				
総利益				

- 次回はノートパソコンを使用します。

しっかり充電したうえで持参してください(ノートPCをお持ちでない場合はなくても構いません)