

- 数式モデルが解析的に解ける場合、シミュレーションは無意味だろうか？
- モデル、数式が分かっているにもかかわらず「数式だけでは分かりにくい」、「単純な予想を超える」、「様々な場合を比較したい」場合など、シミュレーションをおこなうことにより理解を助けることができる。
- 身近なところでは、金利の計算（利子・利息）やローン返済額、年金額のシミュレーションなどが見受けられる。

【金利と残高】

預金や借金の利息計算方法には大きく分けて「単利」と「複利」がある。

・ **単利の元利合計**：元利合計＝元本×(1＋年利率×預入年数)

単利の元利合計は等差数列になる。

・ **複利の元利合計**：元利合計＝元本×(1＋利率)^{預入期間}

複利の元利合計は等比数列になる。

※ 複利の利率と預入期間：

1年複利→利率は年利率、預入期間は1年を1期間とする。

半年複利→利率は(年利率÷2)、預入期間は半年を1期間(1年は2期間)とする。

1ヶ月複利→利率は(年利率÷12)、預入期間は1ヶ月を1期間(1年は12期間)とする。

単利と複利の比較

年利率5%、元本10万円を銀行に預けた場合、5年後までの毎年の元利合計を計算せよ。

ヒント) 単利、複利それぞれの元利合計を X_T, X_F とすると

$$X_T = 100000 \times (1 + 0.05 \times n)$$

$$X_F = 100000 \times (1 + 0.05)^n$$

複利の比較

年利率10%、元本10万円を銀行に預けた場合、1年複利と半年複利の場合について5年後までの毎年の元利合計を計算せよ。

ヒント) 1年複利、半年複利それぞれの元利合計を $X_1, X_{0.5}$ 、年数を n 、半年の期間を m とすると

$$X_1 = 100000 \times (1 + 0.1)^n$$

$$X_{0.5} = 100000 \times (1 + 0.05)^m$$

【元利均等返済】

■ 元利均等返済方式：

毎回の返済額（元金、利息の合計）を均等にした返済方式。

ローンで最も普及した返済方式で、裁判所の調停では一般にこの返済方式が用いられている。

$$\text{毎回の返済額} = \frac{\text{借入金額} \times \text{利率} \times (1 + \text{利率})^{\text{返済回数}}}{(1 + \text{利率})^{\text{返済回数}} - 1}$$

【Excel によるシミュレーション】

- 10万円を年利12%の1ヶ月複利（つまり月1%の複利）で借入れ、元利均等返済をする。
- 6ヶ月で返す場合と12ヶ月で返す場合のそれぞれについて、毎回の返済金額を計算せよ。

※ 6ヶ月で返済する場合は以下のように作成する。12ヶ月の場合も作成してみよう。

	A	B
1	借入れ金額	利率(1ヶ月)
2	100000	0.01
3	返済回数	毎回の返済額
4	6	$= (A2 * B2 * (1 + B2)^{A4}) / ((1 + B2)^{A4} - 1)$
5		

※ 返済額的小数点以下を切り捨てたいときは、=INT() 関数のカッコ内に B4セルの数式を入れる。

$$(B4 \text{セル}) \quad =\text{INT}(A2 * B2 * (1 + B2)^{A4} / ((1 + B2)^{A4} - 1))$$

【新聞売り子問題のシミュレーション】

- ポアソン分布に従う乱数値をその日の客数、仕入部数を 1～20 部として新聞売り子問題のシミュレーションを行う。
- 10 日分のシミュレーションを繰り返しおこない、最も平均利益の高かった仕入部数を調べる。

仕入れ価格	$c = 80$
販売価格	$a = 120$
1 日の客数	x (平均 $m = 10$ のポアソン乱数)
仕入量	y (1～20 部)
1 日の利益	$f(x, y) = \begin{cases} xa - yc & (x \leq y \text{ のとき}) \\ y(a - c) & (x \geq y \text{ のとき}) \end{cases}$

※ ポアソン乱数の近似・・・Excel でポアソン乱数を作成するのは意外と面倒なので、今回は正規乱数を用いてポアソン乱数を近似する。平均値 λ が大きい場合、正規分布によってポアソン分布の近似ができることを利用する。

【乱数の生成と客数の決定】

- 以下のような表を作成して乱数を生成し、客数を決定する。
- 正規乱数でポアソン乱数を近似 (平均値 λ 、標準偏差 $\sqrt{\lambda}$)。
- 乱数値の小数点以下を切り捨てたものをその日の客数とする (ただし負の数が出たら 0 とする)。

(B2 セル) =NORMINV(RAND(), 10, SQRT(10))

(C2 セル) =MAX(INT(B2), 0)

	A	B	C
1	日数	乱数	客数
2	1	=NORMINV(RAND(),10,SQRT(10))	=MAX(INT(B2),0)
3	2		
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		
8	7		
9	8		
10	9		
11	10		
12			

↓ できたら下へコピー

【仕入れ部数の表を作成】

- D1 セルから W1 セルまでに、1～20 の数値を入れて表を作る。これが仕入れ部数になる。
- 12 行目にはその仕入れ部数での総利益を記入する欄を作っておく。

【利益の計算】

- IF 関数を使って、その日の客数と仕入れ部数から利益を算出する
- 客数 < 仕入れ部数・・・客数×120－仕入れ部数×80
- 客数 ≥ 仕入れ部数・・・仕入れ部数×(120－80)

(D2 セル) =IF(\$C2<D\$1, \$C2*120－D\$1*80, D\$1*(120－80))

C	D
客数	1
6	=IF(\$C2<D\$1,\$C2*120－D\$1*80,D\$1*(120－80))

入力できたら縦・横にコピーして利益の表を作成する（コピーするために絶対参照\$をうまく利用）

【総利益の計算】

- SUM 関数を使って、仕入れ部数ごとの総利益を計算する
- 入力できたら W 列まで右へコピーしておく

(D12 セル) =SUM(D2:D11)

【集計部分の作成】

- 14～15 行に繰り返し回数・総利益の合計・総利益の平均を記入する欄を作成する

	A	B	C	D	E	F	G	H		R	S	T	U	V	W
1	日数	乱数	客数	1	2	3	4	5		15	16	17	18	19	20
2	1	10.18330347	10	40	80	120	160	200		0	-80	-160	-240	-320	-400
3	2	7.169626972	7	40	80	120	160	200		-360	-440	-520	-600	-680	-760
4	3	8.597361914	8	40	80	120	160	200		-240	-320	-400	-480	-560	-640
5	4	9.111955311	9	40	80	120	160	200		-120	-200	-280	-360	-440	-520
6	5	7.280688993	7	40	80	120	160	200		-360	-440	-520	-600	-680	-760
7	6	8.416045095	8	40	80	120	160	200		-240	-320	-400	-480	-560	-640
8	7	4.45012418	4	40	80	120	160	80	...	-720	-800	-880	-960	-1040	-1120
9	8	9.931893087	9	40	80	120	160	200		-120	-200	-280	-360	-440	-520
10	9	10.66116643	10	40	80	120	160	200		0	-80	-160	-240	-320	-400
11	10	7.874575486	7	40	80	120	160	200		-360	-440	-520	-600	-680	-760
12				400	800	1200	1600	1880		-2520	-3320	-4120	-4920	-5720	-6520
13															
14	繰り返し回数		利益合計												
15			利益平均												
16															

- 繰り返し回数、総利益の合計、総利益の平均を計算する(できたら右へコピー)
- 循環参照のエラーが出るが、無視してよい

(B14 セル) =B14+1

(D14 セル) =D14+D12

(D15 セル) =D14/\$B14

13				
14	繰り返し回数	=B14+1	利益合計	=D14+D12
15			利益平均	=D14/\$B14
16				

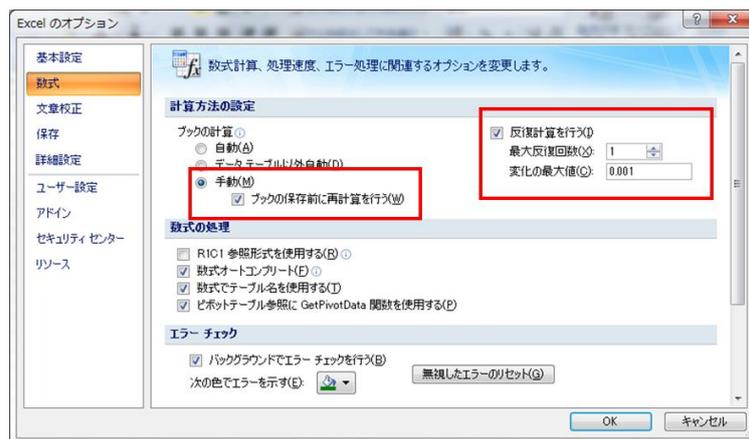
【グラフの作成】

- 循環参照を許可する前に、グラフを作成しておく
- 総利益の平均値を 1～20 部まで選択し、「挿入」タブから縦棒グラフを作成する
- まだ数値が入っていないので棒が出ない（白紙状態のグラフになる）が OK



【循環参照の許可】

- 反復計算を許可する前にファイルに名前をつけて保存しておく（何か失敗したらそこからやり直せる）
- 「ファイル」→「オプション」→「数式」で「反復計算」にチェックを入れる。
- 計算方法は「手動」にしておくと F9 キーだけで計算できる。
- 最大反復回数は 1 とする。



できあがったら F9 キーを押して繰り返し計算をしてみよう。
仕入部数によって平均の総利益が異なる様子が確認できる。

※ どの部数で一番利益が大きいか？また、それはなぜだろうか？

【課題 1】

10 万円を年利 12% の 1 ヶ月複利（つまり月 1% の複利）で借り入れ、元利均等返済をする。

6 ヶ月で返す場合と 12 ヶ月で返す場合のそれぞれについて、毎回の返済金額を計算せよ。

※ 小数点以下は切り捨てとする。

<元利均等返済での毎回の返済額>

$$\text{毎回の返済額} = \frac{\text{借入金額} \times \text{利率} \times (1 + \text{利率})^{\text{返済回数}}}{(1 + \text{利率})^{\text{返済回数}} - 1}$$

6 ヶ月で返済する場合

12 ヶ月で返済する場合

【課題 2】

以下の①～⑦に入る Excel の数式を記入せよ。ただし①、②は縦、③は縦・横、④、⑥、⑦は横へドラッグしてコピーするものとする。

	A	B	C	D	E	V	W	X
1	日数	乱数	客数	1	2	19	20	
2	1	①	②	③				
3	2							
4	3							
5	4							
6	5							
7	6							
8	7							
9	8							
10	9							
11	10							
12				④				
13								
14	繰り返し回数	⑤	利益合計	⑥				
15			利益平均	⑦				
16								

① _____ ② _____

③ _____ ④ _____

⑤ _____ ⑥ _____

⑦ _____