シミュレーション論 I 第 10 回資料 【様々なシミュレーション:金利とローン返済】

- 数式モデルが解析的に解ける場合、シミュレーションは無意味だろうか?
- モデル、数式が分かっていても「数式だけでは分かりにくい」、「単純な予想を超える」、「様々な場合 を比較したい」場合など、シミュレーションをおこなうことにより理解を助けることができる。
- 身近なところでは、金利の計算(利子・利息)やローン返済額、年金額のシミュレーションなどが見 受けられる。

【金利と残高】

預金や借金の利息計算方法には大きく分けて「単利」と「複利」がある。

- ・単利の元利合計:元利合計=元本×(1+年利率×預入年数) 単利の元利合計は等差数列になる。
- ・**複利の元利合計**:元利合計=元本×(1+利率)^{預入期間} 複利の元利合計は等比数列になる。

※ 複利の利率と預入期間:

1年複利→利率は年利率、預入期間は1年を1期間とする。

半年複利→利率は(年利率÷2)、預入期間は半年を1期間(1年は2期間)とする。

1ヶ月複利→利率は(年利率÷12)、預入期間は1ヶ月を1期間(1年は12期間)とする。

単利と複利の比較

年利率5%、元本10万円を銀行に預けた場合、5年後までの毎年の元利合計を計算せよ。 ヒント)単利、複利それぞれの元利合計を X_T, X_F とすると

 $X_T = 100000 \times (1 + 0.05 \times n)$

 $X_F = 100000 \times (1 + 0.05)^n$

複利の比較

年利率10%、元本10万円を銀行に預けた場合、1年複利と半年複利の場合について5年後までの毎年の元利合計を計算せよ。

ヒント)1年複利、半年複利それぞれの元利合計を $X_1, X_{0.5}$ 、年数をn、半年の期間をmとすると

 $X_1 = 100000 \times (1 + 0.1)^n$

 $X_{0.5} = 100000 \times (1 + 0.05)^m$

【元利均等返済】

元利均等返済方式:
 毎回の返済額(元金,利息の合計)を均等にした返済方式。
 ローンで最も普及した返済方式で、裁判所の調停では一般にこの返済方式が用いられている。

毎回の返済額 =
$$\frac{借入金額×利率×(1+利率)^{返済回数}}{(1+利率)^{返済回数}-1}$$

【Excel によるシミュレーション】

- 10万円を年利12%の1ヶ月複利(つまり月1%の複利)で借り入れ、元利均等返済をする。
- 6ヶ月で返す場合と12ヶ月で返す場合のそれぞれについて、毎回の返済金額を計算せよ。

్	6ヶ月で返済する場合は以下のように作成する	。12ヶ月の場合も作成してみよう。
---	-----------------------	-------------------

	А	В	
1	借り入れ 金額	利率(1ヶ月)	
2	100000	0.01	
3	返済回数	毎回の返済額	
4	6	= (A2 *B2*(1+B2)^A4)/((1+B2)^A4-1)	
5			

※ 返済額の小数点以下を切り捨てたいときは、=INTO 関数のカッコ内に B4 セルの数式を入れる。

 $(B4 \forall \mathcal{V}) = INT(A2*B2(1+B2)^A4)/((1+B2)^A4-1)$

【新聞売り子問題のシミュレーション】

- ポアソン分布に従う乱数値をその日の客数、仕入部数を1~20部として新聞売り子問題のシミュレーションを行う。
- 10日分のシミュレーションを繰り返しおこない、最も平均利益の高かった仕入部数を調べる。

仕入れ価格	c = 80
販売価格	a = 120
1日の客数	x (平均 m = 10 のポアソン乱数)
仕入量	y (1~20 部)
1日の利益	$f(x, y) = \begin{cases} xa - yc & (x \le y\mathcal{O} \succeq \mathfrak{E}) \\ y(a - c) & (x \ge y\mathcal{O} \succeq \mathfrak{E}) \end{cases}$

※ ポアソン乱数の近似・・・Excel でポアソン乱数を作成するのは意外と面倒なので、今回は正規乱数を 用いてポアソン乱数を近似する。平均値λが大きい場合、正規分布によってポアソン分布の近似ができ ることを利用する。

【乱数の生成と客数の決定】

- 以下のような表を作成して乱数を生成し、客数を決定する。
- 正規乱数でポアソン乱数を近似(平均値 *λ*、標準偏差 √*λ*)。
- 乱数値の小数点以下を切り捨てたものをその日の客数とする(ただし負の数が出たら0とする)。

(B2 セル) =NORMINV(RAND(), 10, SQRT(10))

 $(C2 \neq i \nu) = MAX(INT(B2), 0)$

	А	В	С	
1	日数	乱数	客数	
2	1	=NORMINV(RAND(),10,SQRT(10))	=MAX(INT(B2),0)	
3	2			
4	3		できたら下へコピー	
5	4			
6	5			
7	6			
8	7			
9	8			
10	9			
11	10			
10				

【仕入れ部数の表を作成】

- D1 セルから W1 セルまでに、1~20 の数値を入れて表を作る。これが仕入れ部数になる。
- 12行目にはその仕入れ部数での総利益を記入する欄を作っておく。

【利益の計算】

- IF 関数を使って、その日の客数と仕入れ部数から利益を算出する
- 客数<仕入れ部数・・・客数×120-仕入れ部数×80
- 客数 ≧ 仕入れ部数・・・ 仕入れ部数×(120-80)

$(D2 \pm i \nu) = IF(C2 < DS1, C2 + 120 - DS1 + 80, DS1 + (120 - 80))$



入力できたら縦・横にコピーして利益の表を作成する(コピーするために絶対参照 \$ をうまく利用)

【総利益の計算】

- SUM 関数を使って、仕入れ部数ごとの総利益を計算する
- 入力できたら W 列まで右へコピーしておく

 $(D12 \pm i \nu) = SUM(D2:D11)$

【集計部分の作成】

■ 14~15 行に繰り返し回数・総利益の合計・総利益の平均を記入する欄を作成する

	A	В	С	D	E	F	G	Н		R	S	Т	U	V	
1	日数	乱数	客数	1	2	3	4	5		15	16	17	18	19	2
2	1	10.18330347	10	40	80	120	160	200		0	-80	-160	-240	-320	-
3	2	7.169626972	7	40	80	120	160	200		-360	-440	-520	-600	-680	-
4	3	8.597361914	8	40	80	120	160	200		-240	-320	-400	-480	-560	-
5	4	9.111955311	9	40	80	120	160	200		-120	-200	-280	-360	-440	-
6	5	7.280688993	7	40	80	120	160	200		-360	-440	-520	-600	-680	-
7	6	8.416045095	8	40	80	120	160	200		-240	-320	-400	-480	-560	-
8	7	4.45012418	4	40	80	120	160	80	• • •	-720	-800	-880	-960	-1040	-1
9	8	9.931893087	9	40	80	120	160	200		-120	-200	-280	-360	-440	-
10	9	10.66116643	10	40	80	120	160	200		0	-80	-160	-240	-320	-
11	10	7.874575486	7	40	80	120	160	200		-360	-440	-520	-600	-680	-
12				400	800	1200	1600	1880		-2520	-3320	-4120	-4920	-5720	-6
13															
14	繰り返し回数		利益合計												
15			利益平均												
16															

R	S	Т	U	V	W	
15	16	17	18	19	20	
0	-80	-160	-240	-320	-400	
-360	-440	-520	-600	-680	-760	
-240	-320	-400	-480	-560	-640	
-120	-200	-280	-360	-440	-520	
-360	-440	-520	-600	-680	-760	
-240	-320	-400	-480	-560	-640	
-720	-800	-880	-960	-1040	-1120	
-120	-200	-280	-360	-440	-520	
0	-80	-160	-240	-320	-400	
-360	-440	-520	-600	-680	-760	
-2520	-3320	-4120	-4920	-5720	-6520	

■ 繰り返し回数、総利益の合計、総利益の平均を計算する(できたら右へコピー)

- 循環参照のエラーが出るが、無視してよい
- (B14 セル) =B14+1
- (D14 セル) =D14+D12

(D15 セル) =D14/\$B14

13					
14	繰り返し回数	=B14+1	利益合計	=D14+D12	
15			利益平均	=D14/\$B14	
16					

【グラフの作成】

- 循環参照を許可する前に、グラフを作成しておく
- 総利益の平均値を1~20部まで選択し、「挿入」タブから縦棒グラフを作成する
- まだ数値が入っていないので棒が出ない(白紙状態のグラフになる)がOK

771	ル ホーム	挿入	ページ レイアウト	数式	データ	校閲	表示	開発	発	チーム													
し ピボッ テーブ	ト おすすめ ル ピボットテーブル	テーブル	▲□ 画像 オンライン 画像		■ ストア ● 個人用ア	ש די עלי 😘	Bing Maj People G	os Graph	ドロック おすする グラフ	2-D	₩ • 3 縦棒	≵ •			(7.	- Ľ1-	- #	<u>///</u> 行れ線	北北	— 本 月	""" 勝敗	751	アレン (サー タイム ライ:
	テーブル		×			アプリ									V	ポート		ス	パーク	ライン			フィルター
グラ	マ1 *	\times	$\checkmark f_x$							3-D	集合	縦棒 重類のク	ブラフの	使用目	3的:								
	A	в	С	D	Е	F	G	Н	I	ิโก		(つかの]	項目の	値を比	上較し	ます。		N	(D	Ρ		Q
1	日数	乱数	客数	1	2	3	4	5	6	1	/± ==	L 7.					1	1	1	2	13		14
2	1	17.0673	4 17	40	80	120	160	200) :	2.	•頂	ワース: 日の順	序が重	要でた	い場	合に		440		480	52	20	560
3	2	6.23739	8 6	40	80	120	160	200) :	2 1	使い	ます。	1.13 ==	ist ch				-160	-	240	-32	20	-400
4	3	9.96760	4 9	40	80	120	160	200) :	24					-			200		120	4	40	-40
5	4	11.1945	9 11	40	80	120	160	200) :	2						400		440		360	28	30	200
6	5	11.3905	3 11	40	80	120	160	200) :	<u>24 Ind</u>	その他の	縦棒り	57(<u>M</u>)		400	·	440		360	28	30	200
7	6	5.54956	9 5	40	80	120	160	-1		-													-520
8	7	13.7827	5 13	40	80	120	160	_					クラ	73	マイト	- ル							440
9	8	3.51936	1 3	40	80	120	40	1															-760
10	9	10.0410	6 10	40	80	120	160	- 09															80
11	10	15.2363	2 15	40	80	120	160	0.5															560
12				400	800	1200	1480	0.0															320
13			이케산스락	0	0	0	0	0.7															
14 :	際ツ巡し回数		り利金官司	0		0	0	0.6															
16			T 120 T - 20		0	0	0	0.5															0
17								0.4															
18								0.3															
19								0.2															
20								0.1															
21								0															
22									1 2	2 3	4 5	67	8	9 10	11	12 1	3 14	15	16 1	17 18	19 2	0	
23								-l									_					_	

【循環参照の許可】

- 反復計算を許可する前にファイルに名前をつけて保存しておく (何か失敗したらそこからやり直せる)
- 「ファイル」→「オプション」→「数式」で「反復計算」にチェックを入れる。
- 計算方法は「手動」にしておくと F9 キーだけで計算できる。
- 最大反復回数は1とする。



できあがったら F9 キーを押して繰り返し計算をしてみよう。 仕入部数によって平均の総利益が異なる様子が確認できる。

※ どの部数で一番利益が大きいか?また、それはなぜだろうか?

【課題1】

10万円を年利12%の1ヶ月複利(つまり月1%の複利)で借り入れ、元利均等返済をする。
6ヶ月で返す場合と12ヶ月で返す場合のそれぞれについて、毎回の返済金額を計算せよ。
※ 小数点以下は切り捨てとする。

<元利金等返済での毎回の返済額>

6ヶ月で返済する場合

12ヶ月で返済する場合

【課題 2】

以下の①~⑦に入る Excel の数式を記入せよ。ただし①、②は縦、③は縦・横、④、⑥、⑦は横へドラッグしてコピーするものとする。

	A	В	С	D	E	V	W	X
1	日数	乱数	客数	1	2	19	20	
2	1	1	0	3				
3	2							
4	3							
5	4							
6	5							
7	6							
8	7							
9	8							
10	9							
11	10							
12				4				
13								
14	繰り返し回数	5	利益合計	6				
15			利益平均	0				
16								

①	2
3	(4)
6)	6
<u></u>	∞