シミュレーション論Ⅱ

第2回

モデル化の手法

成績評価について

以下の4項目により総合的に評価します。

- 授業への取り組み(15%)
- 毎回のミニレポート(15%)
- 中間レポート(20%)
- 期末試験(50%)

「授業への取り組み」点について

- **授業への取り組み状況について、毎回評価点を付けることとします**
  - 通常：1回あたり1点（欠席時は0点）
  - 授業に対し、真摯な取り組みが見られない場合
    例）私語が多い、途中退席して戻って来ない等
    ・・・個別に減点（1回あたり　0点～－10点）

毎回のミニレポートについて

- 毎回、練習問題などの課題を出しますので、出席カードに記入して提出してください（１回あたり１点）
- カードは講義時間中に配布します
- カード配布時に席にいなかった場合は、理由に関わらず仮カード（白い紙のカード）になります

今回の内容

- シミュレーションのための「モデル」とはどんなものか？
- モデルにはどのような種類があり、どのようにモデルを作ればいい（モデル化）のか？
- モデルの種類とモデル化の手順・手法を学ぶ

シミュレーションとモデル化

- モデル＝模型、見本
- モデル化：複雑な現実社会や実際の現象を「抽象化」し、問題を解くために必要な構造と情報を備えた「模型」を作ること。
  - ◆ 物理的モデル
    - –橋、車などの模型
    - –運転席を模したドライブシミュレータやフライトシミュレータなど
  - ◆ 論理的モデル
    - –物理学、力学などにもとづく数学モデル
    - –ある状態を時間的に変化させて再現する手続き型モデル

モデル化に必要なこと

- 対象の選択:何のシミュレーションをするのか？
- 目的の決定:何を知りたいのか？
- 現実問題の抽象化:必要な構造、情報は何か？
- 分析手法の選択:どのような手法を用いてシミュレーションするのか？
- 仮定・条件の設定:どのような状態をシミュレーションするのか？

シミュレーションの対象、目的、手法をもとに必要な要素を抽出し、現実の「模型」を作る。

モデル化の手順（1）

- シミュレーションの対象と目的を決定する
  - 何のためのシミュレーションか？
  - 対象はどのようなものか？
  - 何をどこまで明らかにするか？

- 目的と対象を適切に策定しない限り、適切なモデル化はできない

モデル化の手順(2)

- 要素の抽出
  - **シミュレーションの対象となるシステムは何から構成されているか？**
  - **要素間にはどのような関連、関係があるか？**
  - **それらのうち、シミュレーションの目的に必要なものはなにか？**

- 重要なことは、(すべての要素を取り入れるのではなく)モデルの目的にあった要素だけを選択して抽出すること

練習：要素の抽出

- 交通渋滞のシミュレーションをするとしたら、どのような要素が考えられるか？
- まずは考えうる限りの要素（および相互関係）を列挙してみてください。

モデル化の手順(3)

- 要素間の関係を明らかにして構造を決定する
- シミュレーションに必要な要素を抽出できたら、それぞれの要素の関係を明確にする
- この関係に従って、次に述べる図的モデルや数式モデルを作成していく

モデル化の手順(4)

- 図や数式で表現する

- 図的モデル
  - 対象の構造を分かりやすく図で表したもの
  - 全体の仕組みが分かりやすい
  - 複雑な問題に対しては、問題を整理したり構造を明らかにする利点もある

- 数式モデル
  - 数値、変数などにより現象を数学的にあらわしたモデル
  - 互いの関連が明確で、現象の状態や変化を数値的に記述
  - 連立方程式や不等式、平均変化率など

モデルの分類(表現形式による分類)

- 物理的モデル
  - 実物モデル
  - 拡大モデル
  - 縮小モデル
- 図的モデル
  - ブロック線図
  - フローモデル
  - 状態遷移図

  など
- 数式モデル
  - 連立一次不等式と一次関数からなる式
  - 平均変化率を用いた式

  など

モデルの分類（対象の特性による分類）

- 動的モデル・・・時間経過とともに変化する現象
- 静的モデル・・・時間経過を考える必要のない現象

- 連続時間モデル・・・時間に関して連続的な現象
- 離散時間モデル・・・1年や1ヶ月など、離散時間ごとに捉えられる現象

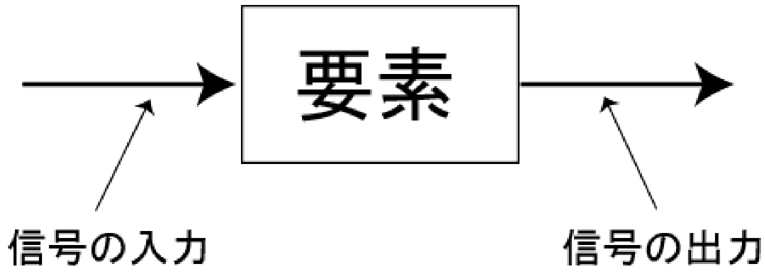
- 確定的モデル・・・確率的な事象を含まない現象
- 確率的モデル・・・確率的な事象を含む現象

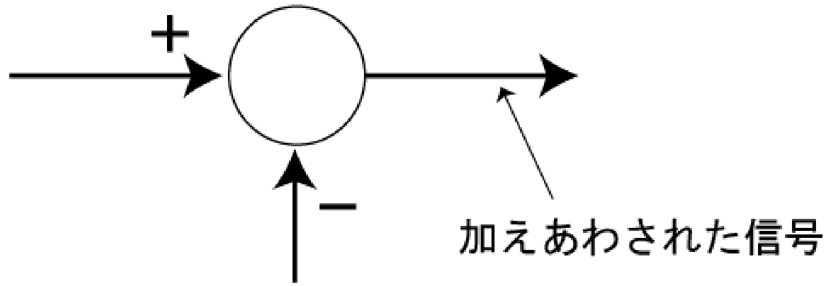
練習

- 交通渋滞のシミュレーションをする場合、どのようなモデルがふさわしいか考えてみよう（動的か静的か、離散か連続か、確定的か確率的か）
- 目的と現象の捉え方によって、同じ対象でもモデルの表現形式は異なってくる

図的モデルの種類(1)

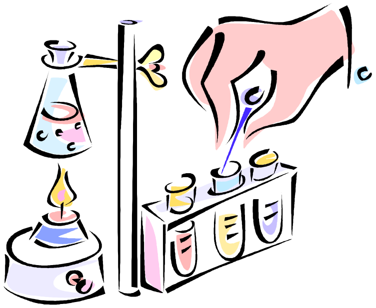
- ブロック線図
  - 対象を構成する要素間に信号が流れる様子を図で表したモデル
  - 要素は長方形のブロック、信号の入出力は矢印のついた枝、信号の加え合わせ点は円記号で表す(加え合わせは正負の記号で表す)

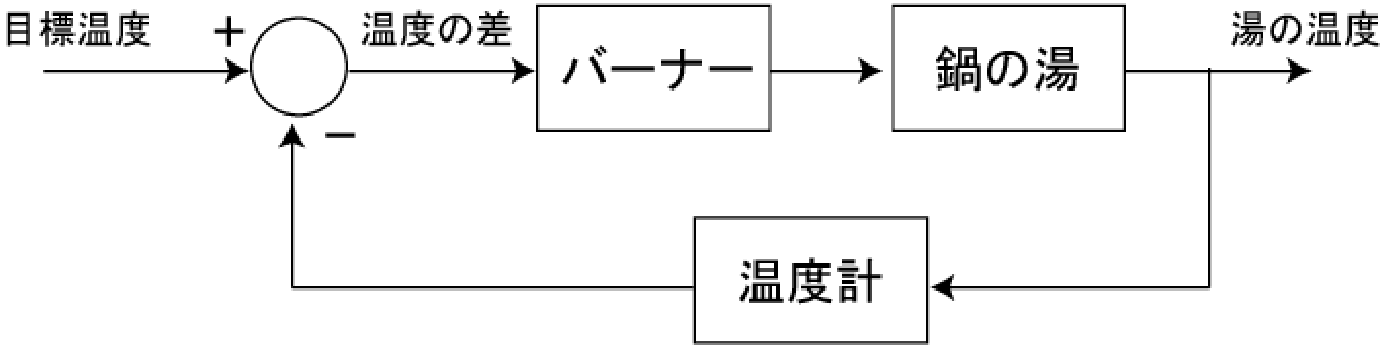




ブロック線図の例

- 例）鍋に入っている水をバーナーで沸かし、温度を測ってある一定の温度に保つ自動制御
  - **構成要素：バーナー、鍋の湯、温度計**





※このように出力を入力側に戻すことをフィードバックという

ヒーターとサーモスタットによる水温調整

- 風呂や電気ポットなどで水温（湯温）を設定温度に保つための制御機構（フィードバック制御）
- 実際には温度を測定してから温度調整までに時間がかかるので、その分の時間遅れをモデルに取り入れる

【例】

- 変化後の水温　＝　現在の水温　＋　水温調整
- 水温調整＝（設定温度－測定した水温）×ヒーター能力×時間間隔
- 測定した水温＝（5×時間間隔）前の水温

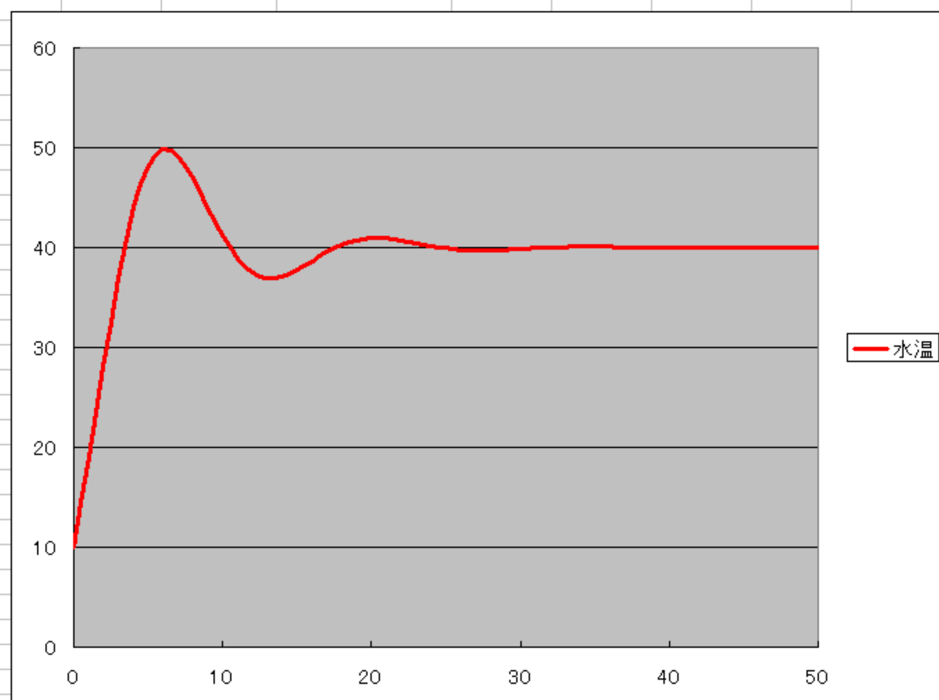
- 設定温度：40度、ヒーター能力：0.3、時間間隔：0.5、最初の水温：10度としてシミュレーション

Excelによるシミュレーション

- 変化後の水温　＝　現在の水温　＋　水温調整
- 水温調整＝（設定温度－測定した水温）×ヒーター能力×時間間隔
- 測定した水温＝（5×時間間隔）前の水温
- 設定温度：40度、ヒーター能力：0.3、時間間隔：0.5、最初の水温：10度

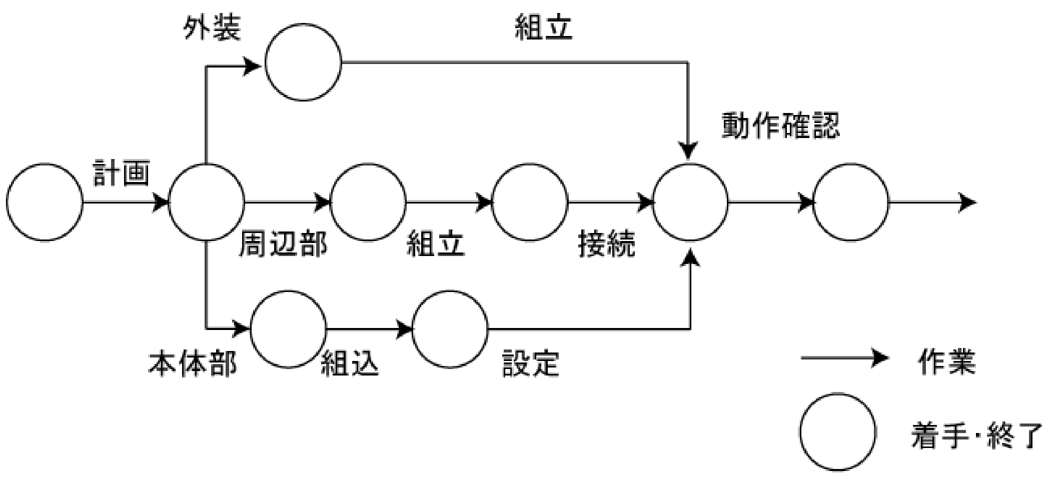
刻み幅	設定温度	ヒーター能力
0.5	40	0.3

時間	水温調整	水温
0	0	10
0	0	10
0	0	10
0	0	10
0	0	10
0.5	4.5	14.5
1	4.5	19
1.5	4.5	23.5
2	4.5	28
2.5	4.5	32.5
3	3.825	36.325
3.5	3.15	39.475
4	2.475	41.95
4.5	1.8	43.75
5	1.125	44.875
5.5	0.55125	45.42625
6	0.07875	45.505
6.5	-0.2925	45.2125
7	-0.5625	44.65
7.5	-0.73125	43.91875
8	-0.81394	43.10481
8.5	-0.82575	42.27906
9	-0.78187	41.49719
9.5	-0.6975	40.79969
10	-0.58781	40.21188
10.5	-0.46572	39.74615
11	-0.34186	39.40429
11.5	-0.22458	39.17972
12	-0.11995	39.05976
12.5	-0.03178	39.02798



図的モデルの種類(2)

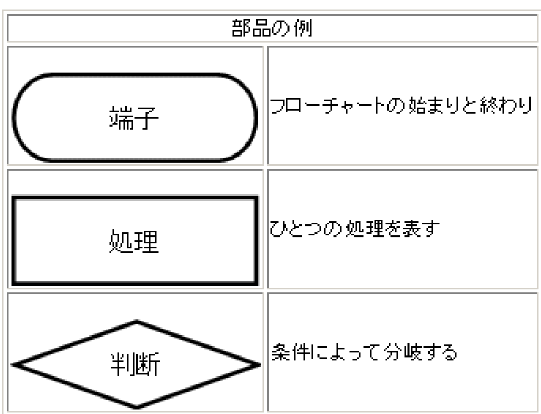
- フローモデル
  - 信号だけでなくシステムを流れる物や人など、広く情報の流れや処理手順、作業工程などを表すモデル
  - ネットワークモデルやフローチャートがある



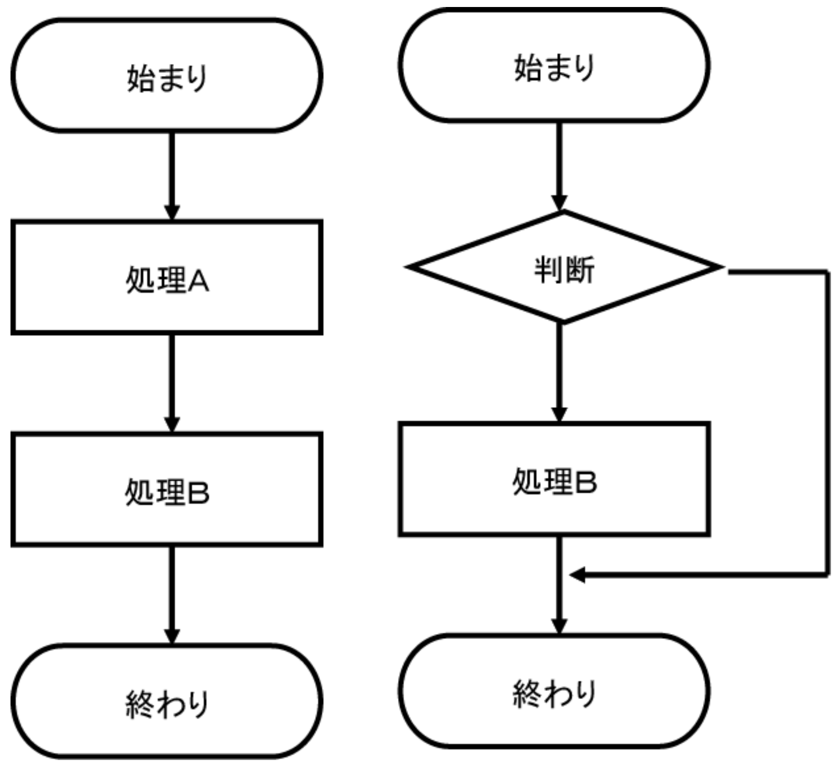
- スポーツなどのトーナメント表や地下鉄の路線図などもこの一例

図的モデルの種類（2－2）

- フローチャート
  - **プログラムなどの処理の流れを表現するのによく使われる**
  - **処理の内容、条件分岐などを用いる**

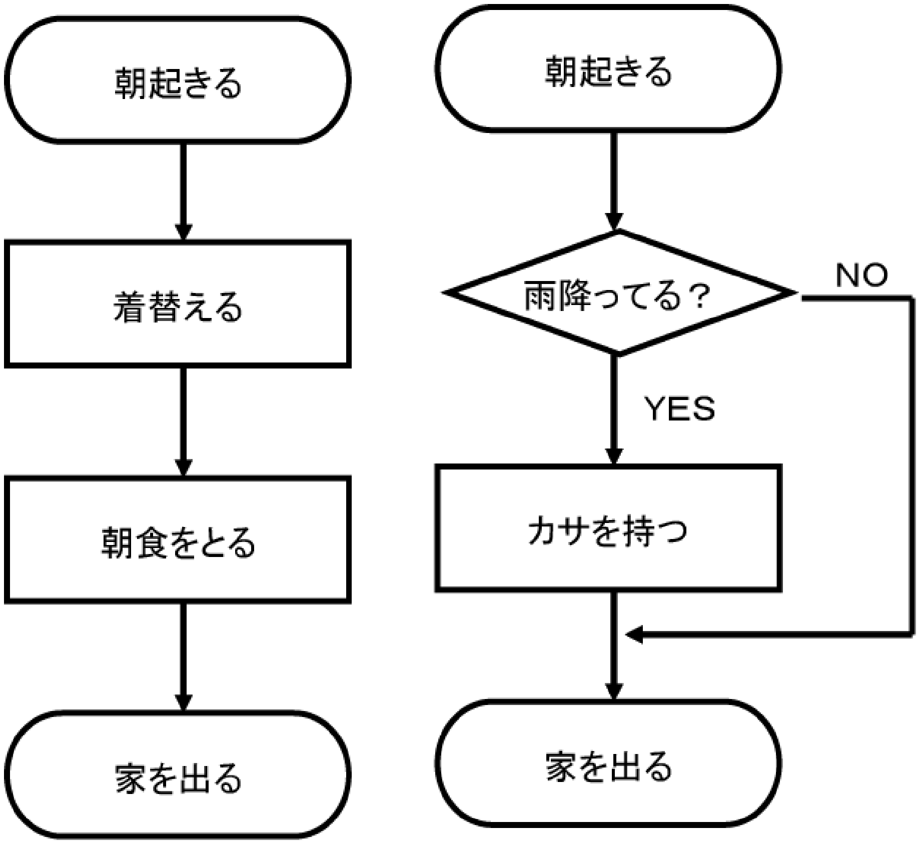


部品の例	
端子	フローチャートの始まりと終わり
処理	ひとつの処理を表す
判断	条件によって分岐する



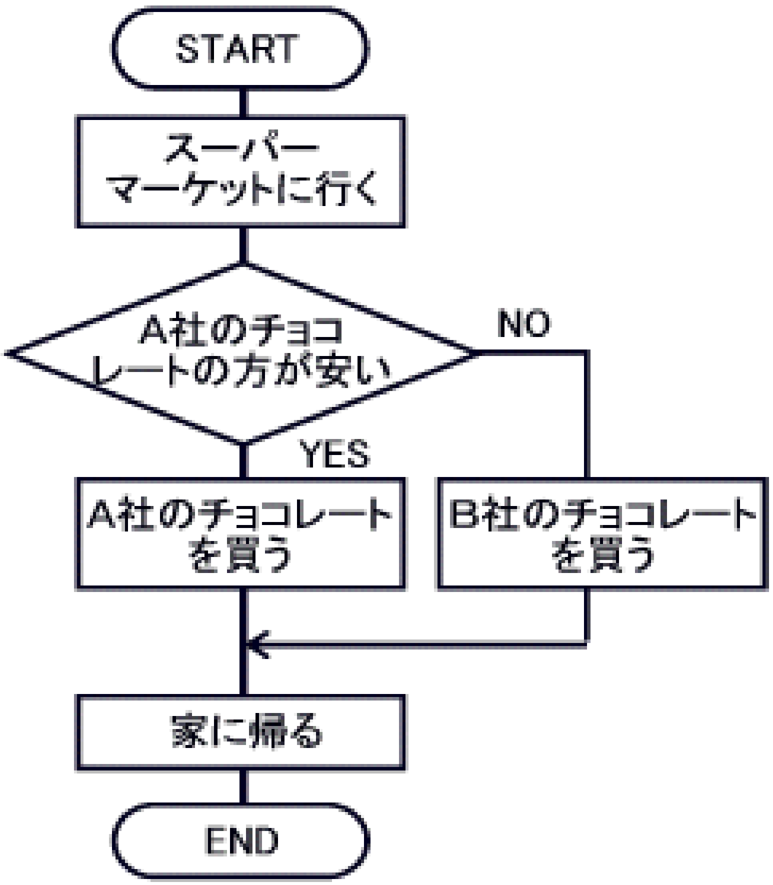
フローチャートの例(1)

- 例)朝起きてから家を出るまでの処理の流れ



フローチャートの例(2)

- 例)スーパーでのチョコレートの購入



つり銭問題(例)

- サークル会費3,000円を集める
- サークルのメンバーは15人
- 会費は一人ずつ順にやってきて幹事に支払う
- メンバーは1,000円札を3枚か、10,000円札1枚のどちらかで会費を支払う
- 10,000円札で支払われた場合、1,000円札7枚をおつりとして支払う
- どちらで支払うかの確率は50%ずつ

1,000円札は何枚用意すればいいだろうか？

つり銭問題の数式モデル

- ある時点での1,000円札の枚数を x とする。
- あるメンバーが会費を1,000円札3枚で払ったら

  $$\boxed{x \longrightarrow x + 3}$$

- あるメンバーが会費を10,000円札で払ったら

  $$\boxed{x \longrightarrow x - 7}$$

- どちらで支払われるかは50%ずつ: $\boxed{\text{確率}50\%}$
- メンバーの数 n は15人 : $\boxed{n = 15}$

つまり、確率50%(=0.5)でどちらの支払い方法をとるかを決定し、
それを15回繰り返してシミュレーションすればいいのでは？

つり銭は何枚用意すればいいか？

- 仮におつりを用意しなかったとして、15人から会費を集める際に1,000円札が一番少なくなる場合（x の最小値：min x）に合わせるとよい。

- 最小値が＋の場合：おつりの準備は不要
- 最小値が－の場合：マイナス分だけ用意が必要

- おつりの必要枚数を y 枚とすると

$$y = \begin{cases} 0 & (\min \ x \geq 0) \\ |\min \ x| & (\min \ x < 0) \end{cases}$$

つり銭問題シミュレーションの流れ

おつりの枚数を $x = 0$ としてスタート

↓

50%の確率で1,000円札×3か10,000円札×1を決定

↓

1,000円札×3なら $x \to x + 3$

10,000円札×1なら $x \to x - 7$

↓

15回繰り返す

↓

x の最小値から必要なおつりの枚数を決定