【モデル化と解法】

モデル化が終了したら適切な解法を考える

基本的な問題には既にいくつかの解法が提案されている

【最適化問題】

- 一定の条件（制約）のもとで、利益を最大化したりコスト最小化するなどの目的を達成する問題
- 最大化したり最小化する目的関数と条件をあらわす制約条件式により数理モデルとして記述される
- 最適化問題の解法
  - 数理計画法（数学的に解く方法）
  - 遺伝的アルゴリズムなど（準最適解を求める方法）

  など

【最適化問題の例題：パソコンの仕入れ】

- ある電気店でパソコン（デスクトップパソコンとノートパソコン）を仕入れる。以下の条件のとき、利益を最大にするにはそれぞれ何台ずつ仕入れればよいか。
  - 倉庫は全体で 30 区画利用できる
  - 倉庫の中でデスクトップパソコンは 3 区画、ノートパソコンは 2 区画を占有する
  - 仕入れ予算の上限は 150 万円である
  - デスクトップパソコンの仕入れ値は 10 万円、ノートパソコンの仕入れ値は 15 万円である
  - デスクトップパソコンの販売利益は 4 万円、ノートパソコンの販売利益は 3 万円である

【数理モデル】

デスクトップ PC の台数を x 台、ノート PC の台数を y とすると

制約条件：
$$\begin{cases} 3x+2y \le 30 \\ 10x+15y \le 150 \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$

	デスクトップ PC	ノート PC	最大
倉庫の占有区画	3	2	30
仕入れ金額	10	15	150

目的関数：$\pi = 4x+3y$

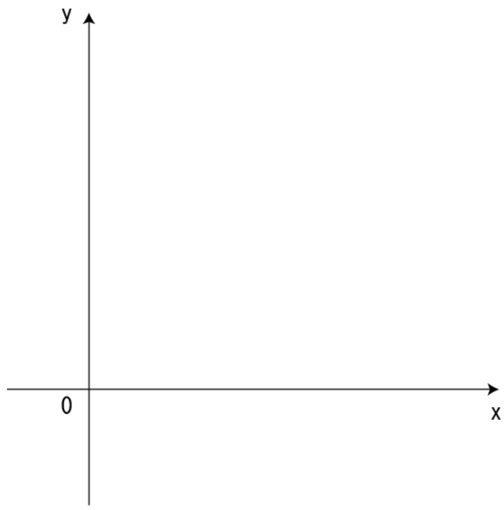
制約条件、目的関数ともに線形の最適化問題を線形計画問題といい、線形計画問題を解く方法を線形計画法という

線形計画法には

- グラフを利用する方法（図的解法）
- シンプレックス法（数学的解法）
- 表計算ソフトを利用する方法

などがある

練習:上の問題の制約条件式が満たす領域をグラフに表せ



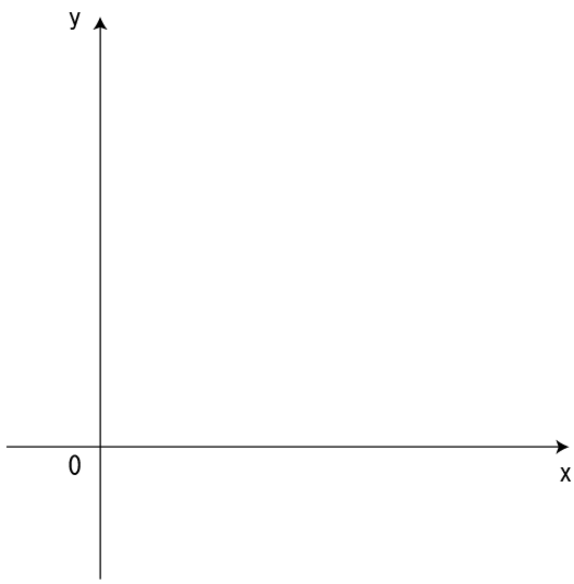
制約条件を満たす解の集合(上図の領域)を実行可能解集合という

【最適解の導出】

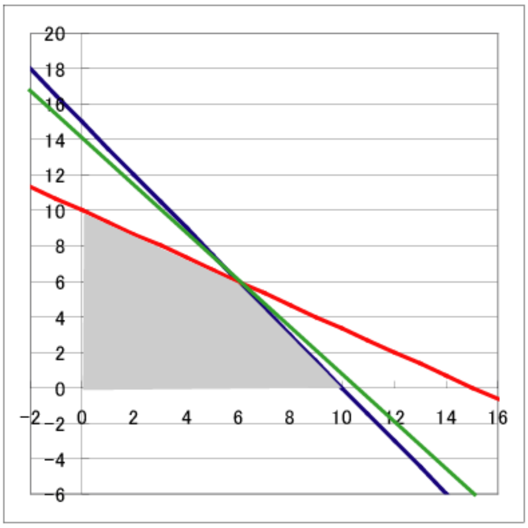
実行可能解集合を通り、最大となる目的関数を求める

1. 上図の領域を通り、y 切片が最大となるグラフを描く
2. 条件を満たす x,y の組み合わせを求める
3. 目的関数から利益の最大値を求める

練習: 上の問題において y 切片が最大となる目的関数を描き、最適解(利益が最大となる x,y の組み合わせ)とそのときの利益を求めよ



【解答例】



グラフは右図のようになる。

y 切片が最大となる目的関数は連立方程式

$$\begin{cases} 3x+2y=30 \\ 10x+15y=150 \end{cases}$$

の解(2 本のグラフの交点)を通る直線となる。

よって最適解は上の連立方程式を解いて

$x=6, y=6$

となり、そのときの利益は

$\pi = 4x+3y = 4\times 6+3\times 6 = 42$

となる。

【レポート】

■ 以下の線形計画問題をグラフを用いて解け。

■ ある会社では製品 A と B を生産しており、どちらも原料p、q、rが必要である。

- **製品 A を1個作るには原料 p が2kg、q が1kg、r が3kg 必要である。**
- **製品 B を1個作るには原料 p が1kg、q が3kg、r が4kg 必要である。**
- **原料 p、q、r はそれぞれ最大17kg、21kg、33kg まで使える。**
- **製品1個あたりの利益は A が1万円、B が2万円である。**

原料	製品 A に必要な量	製品 B に必要な量	使用可能量
p	2	1	17
q	1	3	21
r	3	4	33

利益を最大にするには A、B それぞれ何個作ればよいか。

また、そのときの利益はいくらか。

※Excel の「ソルバー」を使って線形計画問題を解くことができる。試しに今回の問題を解いて一致するか確認してみよう。また、グラフ解法では対応できない 3 変数以上の場合でも解くことができる。

※ヒント

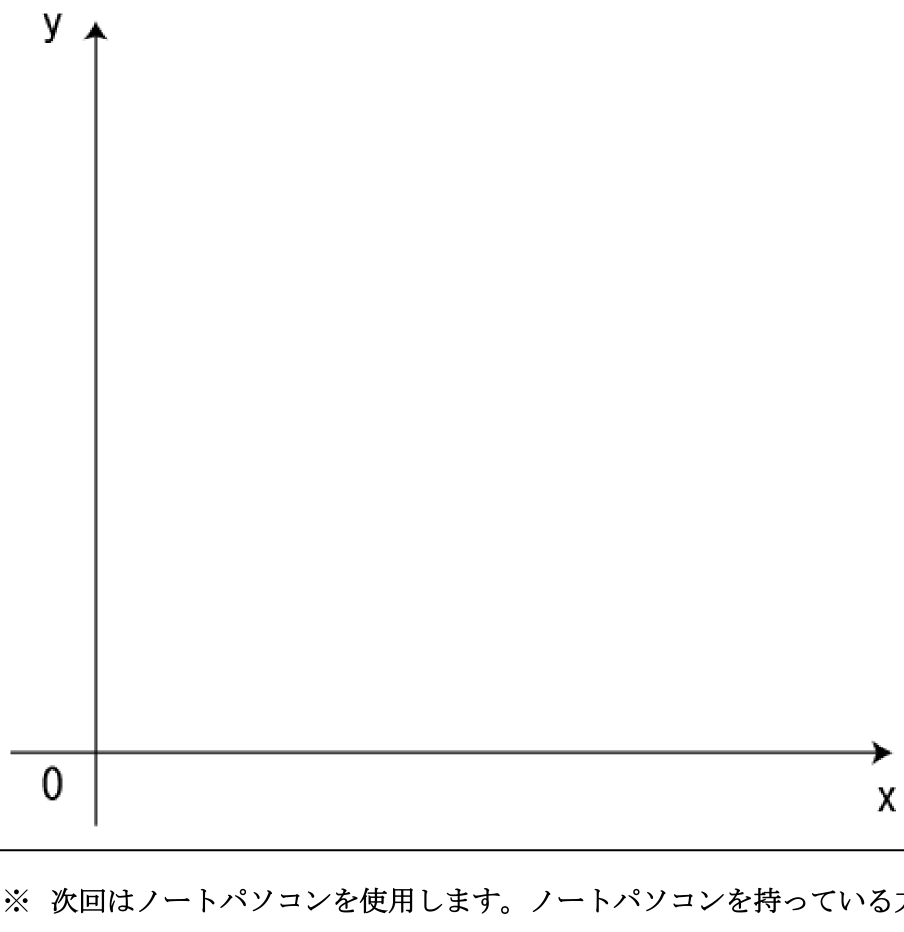
製品Ａの生産個数をx、製品Ｂの生産個数をyとすると、制約条件式は

$$\begin{cases} 2x + y \leq 17 \\ x + 3y \leq 21 \\ 3x + 4y \leq 33 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

目的関数は

$$\pi = x + 2y$$ （これを最大化する）

となる。



A：　　　　　個

B：　　　　　個

利益：　　　万円

※　次回はノートパソコンを使用します。ノートパソコンを持っている方は持参して下さい

※　机上コンセントがないのでバッテリーをしっかり充電してくること