

シミュレーション論 II

第14回

実験とシミュレーション

前回のレポート解答(1)

- 気温とおでんの売り上げが以下の表のようになった。
- 相関分析をおこない、気温とおでんの売り上げに相関があるかどうか調べよ

気温(°C)	売り上げ(個)
18	1
15	4
10	12
5	15

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{-111}{112.8716} = -0.98342\dots$$

- 相関係数 $R = -0.9834$
データ数が4組の場合、 $|R| > 0.950$ だから**5%水準で有意**であり、 $|R| = 0.9834$ とかなり 1に近いため

気温とおでんの売上には高い負の相関があるといえる

前回のレポート解答(2)

- 次に回帰直線を求める
- データ数 $n = 4$ で、データの組はそれぞれ
 $(x_1, y_1) = (18, 1)$, $(x_2, y_2) = (15, 4)$, $(x_3, y_3) = (10, 12)$, $(x_4, y_4) = (5, 15)$
a, b は以下の式で求められる

$$\begin{cases} a = \frac{nD - CE}{nB - E^2} \\ b = \frac{BC - DE}{nB - E^2} \end{cases}$$

- ただし

$$B = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad C = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$D = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \quad E = \sum_{i=1}^n x_i$$

前回のレポート解答(3)

- B~Eを求めると

$$B = \sum_{i=1}^n x_i^2 = 18^2 + 15^2 + 10^2 + 5^2 = 674$$

$$C = \sum_{i=1}^n y_i = 1 + 4 + 12 + 15 = 32$$

$$D = \sum_{i=1}^n x_i y_i = 18 \times 1 + 15 \times 4 + 10 \times 12 + 5 \times 15 = 273$$

$$E = \sum_{i=1}^n x_i = 18 + 15 + 10 + 5 = 48$$

前回のレポート解答(4)

- a, b の式に代入して

$$a = \frac{nD - CE}{nB - E^2} = \frac{4 \times 273 - 32 \times 48}{4 \times 674 - 48^2} = -1.13265$$

$$b = \frac{BC - DE}{nB - E^2} = \frac{674 \times 32 - 273 \times 48}{4 \times 674 - 48^2} = 21.59184$$

- よって回帰直線の式は

$$Y = -1.13X + 21.59$$

実験とシミュレーション

- (コンピュータ)シミュレーションは様々な利点を持っているが、実際に製品を開発・設計したり現実的な分析に利用するには実際に実験(物理的シミュレーションを含む)をおこなうことも必要
- 理論的な分析、コンピュータ・シミュレーション、実際の実験を効果的に組み合わせて目的に合った分析、設計や開発などをおこなう

実験とシミュレーション(2)

理論分析

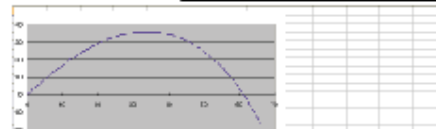
$$ma=F$$

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \quad \Delta x = v \cdot \Delta t$$

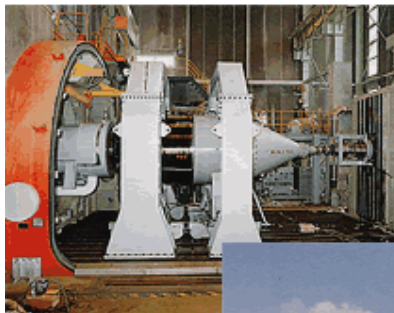
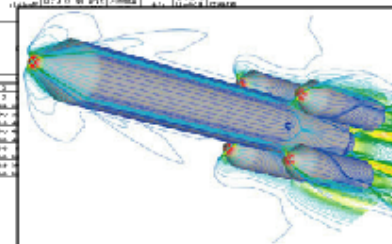
$$v(t + \Delta t) = v(t) + F/m \cdot \Delta t$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v \cdot \Delta t$$

(コンピュータ)
シミュレーション



t	x	y	v_x	v_y	a_x	a_y
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1.8	1	18	0	-9.8
2	2	7.2	2	36	0	-9.8
3	3	13.5	3	54	0	-9.8
4	4	20.8	4	72	0	-9.8
5	5	28.5	5	90	0	-9.8
6	6	36.6	6	108	0	-9.8
7	7	45.1	7	126	0	-9.8
8	8	54.0	8	144	0	-9.8
9	9	63.3	9	162	0	-9.8
10	10	73.0	10	180	0	-9.8
11	11	83.1	11	198	0	-9.8
12	12	93.6	12	216	0	-9.8
13	13	104.5	13	234	0	-9.8
14	14	115.8	14	252	0	-9.8
15	15	127.5	15	270	0	-9.8



実験 (物理的シミュレーションを含む)

実験とシミュレーション(3)

- 工学的な分野だけでなく、社会・経済システムを考える上でも理論・シミュレーション・実験の関連は重要
- ただし経済・社会システムでは大規模な実験は困難
- 実際の市場の変化・過去の傾向などの記録や実証研究も重要となる

実証研究とシミュレーション

- 経済・社会システムをシミュレーションにより分析する場合、実証研究との関連・比較を無視することはできない
- 様々な統計データ(実際の販売データ、〇〇白書、etc...)
- シミュレーションによる予測と実際のデータの間と同じ傾向があるか？
- 実証研究の結果はシミュレーションの結果を支持するかどうか？

経済学と実験

- コンピュータシミュレーションでは、通常コンピュータ上に構築された数学モデルを使用する
- 現実社会のデータやアンケート調査などによる実データ、人間を使った実験などがおこなえる場合は傾向、数値の検証をおこなう
- 経済学分野での実験は困難とされてきたが、近年は「**実験経済学**」という分野も発展しつつある

実験経済学

- 経済学のモデルが想定する状況を実験室内に構築し、経済的誘引(主に現金)を被験者に与えて実験をおこなう
- 実験結果と理論解析の結果、シミュレーション結果を総合して分析する



実験の流れ

- 参加者の意思確認および注意事項の確認
- 実験内容および操作の説明(インストラクション)
- 実験開始→終了
- 得点および謝金の計算
- 謝金受け渡し

何を分析し、どう生かすか？

- どのような行動が観察されるか
 - 想定した理論に従っているか否か
 - 行動の背景・原理はどのようなものか
 - 行動の過程はどのようになっているか
- どう生かすか
 - 観察された行動にもとづくシステム設計
 - 行動を説明するモデル、理論の作成
 - 新たな理論化の展開

実験

- 複占市場における価格競争の実験を試みよう
- モデル：
 - ある町に2軒のパン屋があり、町の人はその場でパンを買う
 - 売られているパンはほとんど同じ品質なので、町の人はい方を買う
 - もし同じ値段で売られていれば、町の人はい方ずつそれぞれのパン屋で買う
 - パンの需要 D は値段 p に応じて決まり、 $D = 100 - p$ である
 - パンの原価 c は $c = 10$ である

実験(2)

- 先ほどの条件から、パン屋の利益 π は以下のようなになる
 - 自分が相手より安い価格をつけたとき

$$\pi = D(p - c) = (100 - p)(p - 10)$$

- 自分が相手より高い価格をつけたとき

$$\pi = 0$$

- 自分と相手と同じ値段をつけたとき

$$\pi = \frac{D(p - c)}{2} = \frac{(100 - p)(p - 10)}{2}$$

実験(4)

- 近くの人と対戦してみよう

(1) 同時にパンの売値を提示する

(口で言っても紙に書いて見せても可。

まだカードは使いません)

(2) お互いの売値に応じて利益を計算し、記入する

(3) 以上の手順を繰り返す

実験(5)

- 先ほどの実験の元となるモデルは、ゲーム理論における「ベルトラン競争」
- プレイヤが合理的な行動をすると仮定すれば「均衡」となる価格が求められる
- 実験結果は理論的な均衡と一致するだろうか？
- 一致する、しない場合について、その理由は何だろうか？
- 実証研究の例、実社会の出来事と一致するだろうか？

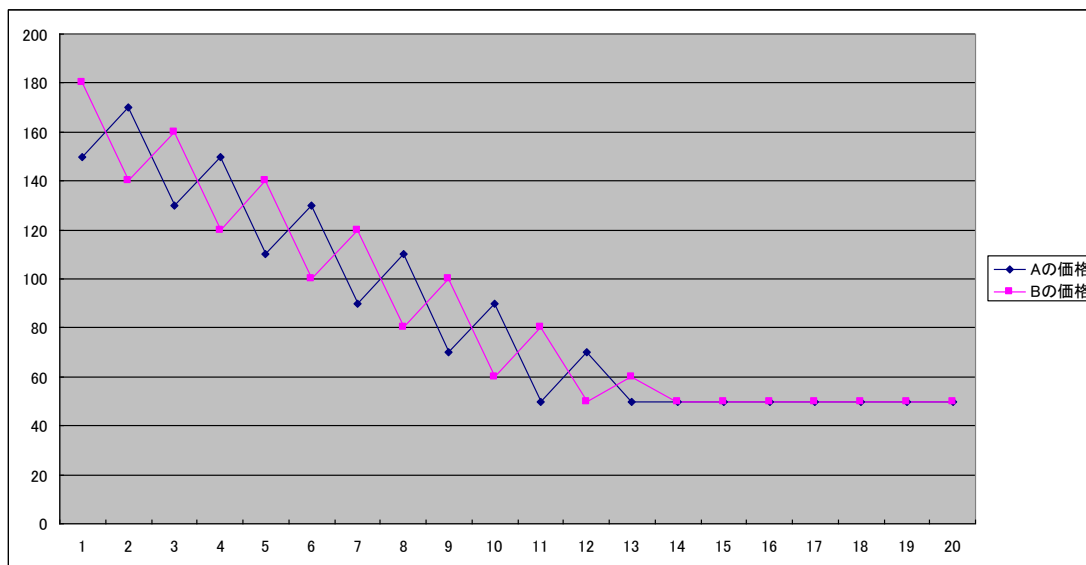
実験とシミュレーション

- 経済実験のモデル、内容をシミュレーションするための手法はまだ完全には確立されていない
- 決定論的な戦略を作成して試す方法
 - アクセルロッドによる囚人のジレンマトーナメントなど
- 適応的手法を用いる方法
 - 遺伝的アルゴリズム、強化学習などの利用
 - モデルに応じた行動原理、アルゴリズムの作成
- 被験者自身にプログラムを作成させる方法

Excelを用いたシミュレーション例

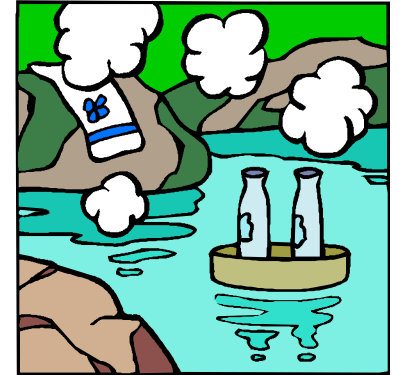
- 単純なアルゴリズムによるコンピュータ同士の対戦
- 1回目の価格はランダム
- 2回目以降は「前回相手より低い価格だったなら同じ価格」、それ以外は「相手の前回価格よりひとつ低い価格」

	A	B	C
1	回数	Aの価格	Bの価格
2	1	160	200
3	2	190	150
4	3	140	180
5	4	170	130
6	5	120	160
7	6	150	110
8	7	100	140
9	8	130	90
10	9	80	120
11	10	110	70
12	11	60	100
13	12	90	50
14	13	50	80
15	14	70	50
16	15	50	60
17	16	50	50
18	17	50	50
19	18	50	50
20	19	50	50
21	20	50	50
22			



実験その2

～ある温泉街の悩み～



- 皆さんはとある温泉街の旅館の支配人です。
- 歴史情緒あふれる温泉街ですが、いかんせん山奥の秘境にあるため、交通の便が悪いのが悩みのタネです。
- そこで皆さんは一計を案じ、「みんなでお金を出し合って道路を整備し、新たにお客さんを呼び込もう！」ということになりました。

現実を簡単にしたモデル

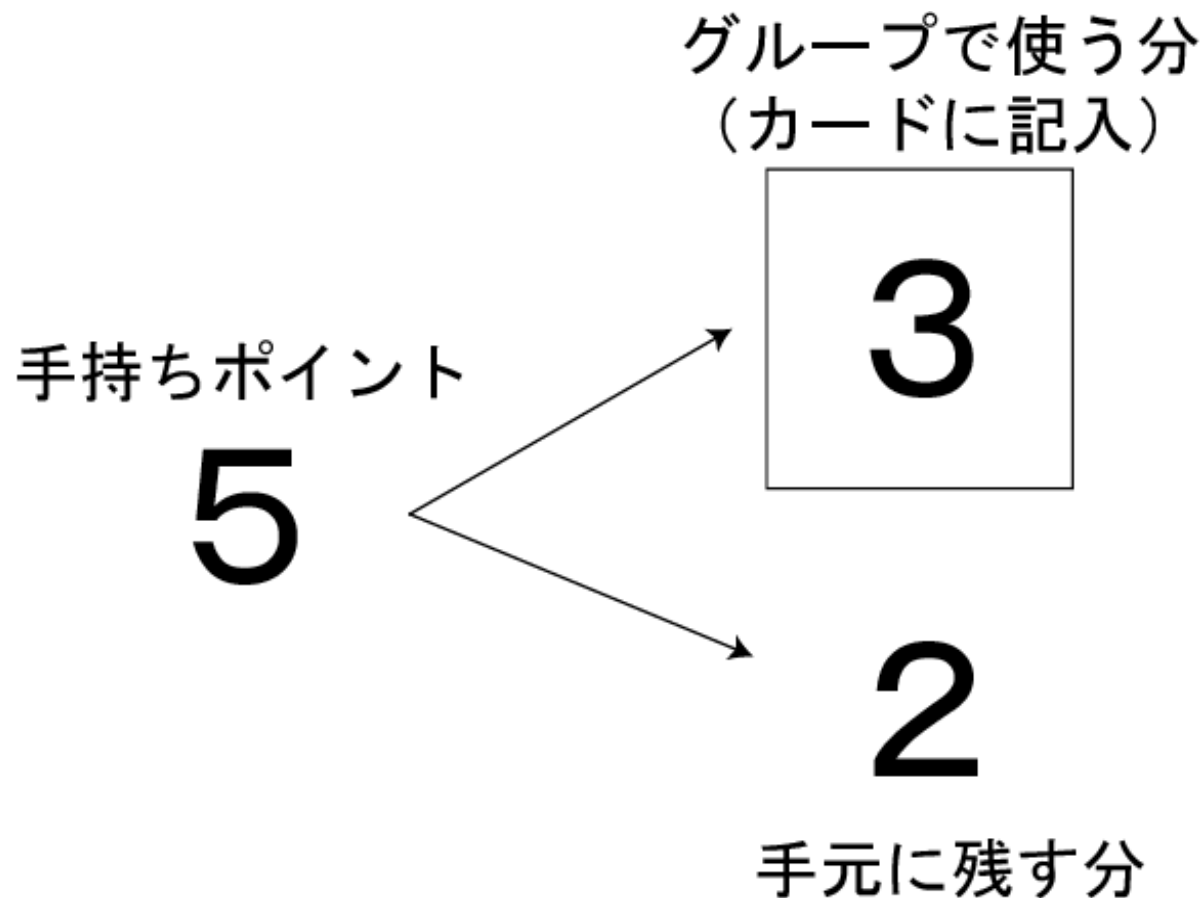
- 道路を整備するには当然お金がかかる
- みんなでお金を出し合って道路を整備する
- 道路が整備されればお客さんが増え、結果として旅館の売上が伸びる
- お金をかければかけるほど道路は広く便利になり、お客さんも増える
- 整備された道路は誰でも通ることができる

実験の手順

- 実験は3～6人のグループに分かれ、以下の手順でおこないます
 - (1) それぞれの手持ち資金(ポイント)は「5」
 - (2) 各旅館は、資金の中から道路整備に使う分と手元に残す分を決め、カードに記入する
 - (3) カードを裏返して集め、いくら集まったか合計する
 - (3) **集まった資金を2倍し、全員に均等に分ける**(お客さんが増えることによる利益)
 - (4) 手元に残した分と、均等に分けられた分(配当)の合計が各旅館の最終的な利益

カードにグループで使う分を記入

(例) 3ポイントをグループで使う場合



集まった合計ポイントを計算

- 裏返しにしてカードを集めてから開く

(例) 合計ポイントを計算(5人グループの場合)



合計 10ポイント

配当を計算

(例) 合計ポイントを2倍してグループの人数で割り、全員に配分する(5人グループの場合)

$$\frac{(10 \times 2)}{\text{集まったポイント} \times 2} \div \frac{5}{\text{グループの人数}} = \frac{4}{\text{配当}}$$

自分の獲得ポイントを計算

(例) 手元に残したポイントと、配当を足して自分の獲得ポイントを計算する

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{2} & + & \underline{4} & = & \underline{6} \\ \text{手元に残した} & & \text{配当} & & \text{自分の} \\ \text{ポイント} & & & & \text{獲得ポイント} \end{array}$$

記録用紙の使い方

グループで使うポイント、手元に残したポイント、グループで集まったポイントの合計、配当、自分の獲得ポイントをそれぞれ記録用紙に記入しておいてください。

回数	手持ちポイント	グループで 使うポイント	手元に残したポイント	グループで集まった 合計ポイント	配当 (合計ポイント×2)÷人数	獲得ポイント 手元に残したポイント+配
1	5	3	2	10	4	6

実験は5回繰り返します。手持ちポイントは**毎回5ポイント**から始まりますので注意してください。

配当について

割り切れない場合は、四捨五入により「小数点以下第1位」までとします

グループの人数ごとに配当の早見表がありますので、これを見ながら実験をおこなってください

6人グループの場合

合計点	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
配当	0	0.3	0.7	1	1.3	1.7	2	2.3	2.7	3	3.3	3.7	4	4.3	4.7	5	5.3	5.7	6	6.3	6.7	7	7.3	7.7	8	8.3	8.7	9	9.3	9.7	10

5人グループの場合

合計点	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
配当	0	0.4	0.8	1.2	1.6	2	2.4	2.8	3.2	3.6	4	4.4	4.8	5.2	5.6	6	6.4	6.8	7.2	7.6	8	8.4	8.8	9.2	9.6	10

4人グループの場合

合計点	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
配当	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10

3人グループの場合

合計点	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
配当	0	0.7	1.3	2	2.7	3.3	4	4.7	5.3	6	6.7	7.3	8	8.7	9.3	10