

## 【練習問題の解答例】

1. シミュレーションをおこなう際の「モデル化」の手順を簡潔に記述せよ。

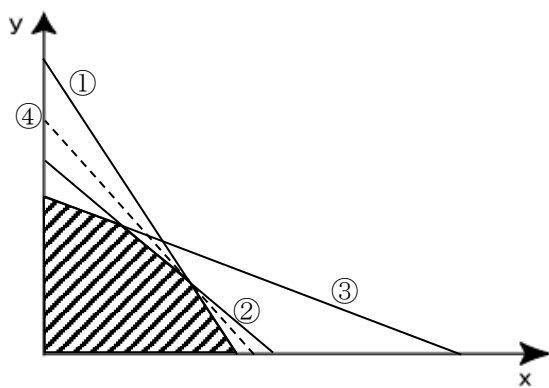
(例) 対象の選択 → 目的の決定 → 問題の抽象化 → 分析手法の選択 → 仮定・条件の設定

2. マルチエージェント・シミュレーションについて簡潔に説明せよ。

分析対象を複数の自律的に行動する主体（エージェント）によってモデル化するシミュレーション手法。生物や機械などの集団行動シミュレーションや、社会・経済システムの挙動分析などに使用される。

3. ある工場では製品 A と B を生産しており、どちらも原料  $p$ 、 $q$ 、 $r$  が必要である。以下の条件で利益を最大化するとき、利益を最大にする A、B の生産量と、そのときの利益を求めよ。

製品 A を 1 kg 作るには原料  $p$  が 4 kg、 $q$  が 6 kg、 $r$  が 2 kg 必要である。  
 製品 B を 1 kg 作るには原料  $p$  が 2 kg、 $q$  が 8 kg、 $r$  が 4 kg 必要である。  
 原料  $p$ 、 $q$ 、 $r$  はそれぞれ最大 30 kg、60 kg、26 kg まで使用できる。  
 製品 1 kg あたりの利益は A が 4 万円、B が 3 万円である。



問題より、製品 A の生産量を  $x$ 、製品 B の生産量を  $y$  とすると制約条件式および目的関数は以下となる。

$$\begin{cases} 4x + 2y \leq 30 & \rightarrow y \leq -2x + 15 & \dots \text{①} \\ 6x + 8y \leq 60 & \rightarrow y \leq -\frac{3}{4}x + \frac{15}{2} & \dots \text{②} \\ 2x + 4y \leq 26 & \rightarrow y \leq -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2} & \dots \text{③} \\ x, y \geq 0 & & \\ \pi = 4x + 3y & \rightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{\pi}{3} & \dots \text{④} \end{cases}$$

目的関数の傾きより、利益  $\pi$  が最大となるのは④式のグラフが①、②式のグラフの交点を通るときであるから、利益を最大にする生産量は①、②式の交点である。

①、②を連立方程式として解くと  $x = 6$ 、 $y = 3$

このときの利益は  $\pi = 4 \times 6 + 3 \times 3 = 33$

以上より 製品 X の生産量 : 6 kg、製品 Y の生産量 : 3kg、利益 : 33 万円

4. ある商店で気温と肉まんの売り上げの関係を調べたところ、以下の表のようになった。

- (1) 最小二乗法を用いて線形回帰をおこない、回帰式を求めよ。ただし気温を独立変数  $x$ 、肉まんの売り上げを従属変数  $y$  とする。

気温(°C)	売り上げ(個)
2	20
5	18
10	10
15	1

データが4組あるので、回帰直線の傾き  $a$  と切片  $b$  は

$$\begin{cases} a = \frac{4D - CE}{4B - E^2} \\ b = \frac{BC - DE}{4B - E^2} \end{cases} \quad \text{ただし} \quad \begin{aligned} B &= (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) \\ C &= (y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \\ D &= (x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_4) \\ E &= (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \end{aligned}$$

となる。

表の数値より  $a$ 、 $b$  を計算すると  $a = -1.5$ 、 $b = 24.25$

よって  $y = -1.5x + 24.25$

- (2) 相関係数 (ピアソンの積率相関係数)  $R$  を求めよ。ただし小数第5位を四捨五入して小数第4位まで求めること。

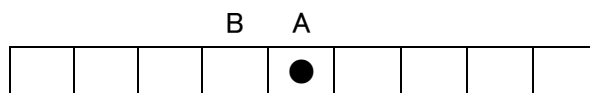
相関係数は  $R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$  で求められるから、表のデータを用いて計算すると

$R = -0.990499 \dots \approx -0.9905$

5. 以下のようなゲームを考える。

- コマはマス目の A の部分からスタートする。
- コマはサイコロを振って 1、2 が出たら右へ 1 マス進む。
- コマはサイコロを振って 3、4、5、6 が出たら左へ 1 マス進む。

サイコロを 3 回振ったあと、コマが位置 B にいる確率はいくらか求めよ (分数でよい)



コマの位置の確率分布を計算すると以下のようなになる (空欄は 0)。

回数			B	A				
0				1				
1			2/3		1/3			
2			4/9	4/9		1/9		
3		8/27	12/27		6/27		1/27	

よって  $\frac{12}{27} = \frac{4}{9}$

6. Q-Learning を用いて下図のような迷路を学習させたい。以下の条件で「左→下→上→右」の順に行動が選択された場合、状態 S1、S2、S3 の Q 値がどうなっているか計算して記入せよ。

- 各マスでの状態をそれぞれ S1~S4 とし、行動は上下左右の 4 種をとることができるものとする
- マスの一番外の枠は壁とし、壁方向へは移動できない（もとの場所にとどまる）
- 壁にぶつかったら報酬 -1、ゴールしたら +1、それ以外は報酬 0 とする
- 初期状態での Q 値はすべて 1 とする
- 学習率  $\alpha = 0.5$ 、割引率  $\gamma = 0.9$  とする

S1(スタート) <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>上</td><td></td></tr> <tr><td>下</td><td></td></tr> <tr><td>左</td><td></td></tr> <tr><td>右</td><td></td></tr> </table>	上		下		左		右		S2 <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>上</td><td></td></tr> <tr><td>下</td><td></td></tr> <tr><td>左</td><td></td></tr> <tr><td>右</td><td></td></tr> </table>	上		下		左		右	
上																	
下																	
左																	
右																	
上																	
下																	
左																	
右																	
S3 <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>上</td><td></td></tr> <tr><td>下</td><td></td></tr> <tr><td>左</td><td></td></tr> <tr><td>右</td><td></td></tr> </table>	上		下		左		右		S4(ゴール) <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>上</td><td>1</td></tr> <tr><td>下</td><td>1</td></tr> <tr><td>左</td><td>1</td></tr> <tr><td>右</td><td>1</td></tr> </table>	上	1	下	1	左	1	右	1
上																	
下																	
左																	
右																	
上	1																
下	1																
左	1																
右	1																

Q 値の計算は以下の数式でおこなう。

各状態で選択された行動に応じて、次の状態と報酬を求め、更新される Q 値を計算する。

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow (1 - \alpha)Q(s_t, a_t) + \alpha[r_t + \gamma \max_a Q(s_{t+1}, a)]$$

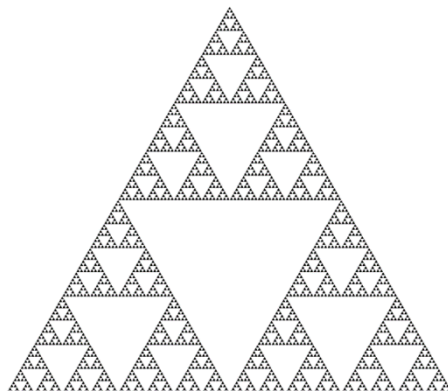
最終的な Q 値の状態は以下の図のようになる。

S1(スタート) <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>上</td><td>1</td></tr> <tr><td>下</td><td>0.95</td></tr> <tr><td>左</td><td>0.45</td></tr> <tr><td>右</td><td>0.95</td></tr> </table>	上	1	下	0.95	左	0.45	右	0.95	S2 <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>上</td><td>1</td></tr> <tr><td>下</td><td>1</td></tr> <tr><td>左</td><td>1</td></tr> <tr><td>右</td><td>1</td></tr> </table>	上	1	下	1	左	1	右	1
上	1																
下	0.95																
左	0.45																
右	0.95																
上	1																
下	1																
左	1																
右	1																
S3 <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>上</td><td>0.95</td></tr> <tr><td>下</td><td>1</td></tr> <tr><td>左</td><td>1</td></tr> <tr><td>右</td><td>1</td></tr> </table>	上	0.95	下	1	左	1	右	1	S4(ゴール) <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>上</td><td>1</td></tr> <tr><td>下</td><td>1</td></tr> <tr><td>左</td><td>1</td></tr> <tr><td>右</td><td>1</td></tr> </table>	上	1	下	1	左	1	右	1
上	0.95																
下	1																
左	1																
右	1																
上	1																
下	1																
左	1																
右	1																

7. カオスの必要条件とされるものを挙げよ。

- ・ 非周期である
- ・ 何らかのリターンマップにより記述できる
- ・ リャプノフ指数が正である

8. フラクタルの代表的図形である「シェルピンスキー・ガasket」を作図せよ。作図の繰り返し回数は適当に定めてよい。



9. 自分でやってみたいシミュレーションについて、その概要、手順、手法などを自由に論述せよ。

※講義で学んだことをもとに、何をやりたいか、どんなことが知りたいかをまず明確にする。

対象と目的が定まったら、具体的にシミュレーションの手順や手法を検討し記述する。

やりたいこと、知りたいこと、どのように実現するか、が明確で具体的になっていると

分かりやすく評価の高い解答になります。

※ 試験について

持ち込み許可物：自筆ノート（ルーズリーフ可）、配布プリント（ホームページからダウンロードし、印刷したものも可）、**電卓**（携帯電話・スマートフォン等の電卓機能は使用不可）

試験時間：50分

試験範囲：「シミュレーション論Ⅱ」で扱った範囲内

**試験日時、場所は各自確認すること**

※ 成績評価について

講義への取り組みおよび毎回のミニレポート30%、中間レポート20%、期末試験50%の総合評価

※これまでの資料について

以下のホームページの「講義資料」→「シミュレーション論Ⅱ」のリンクにこれまでの資料があります。

<http://ns1.shudo-u.ac.jp/~iyori/>